इकाई - 4 सांख्यिकी

ALN3FV

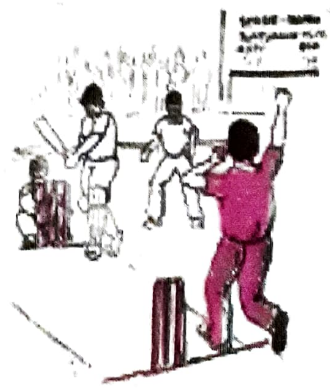
- सांख्यिकीय आँकड़े एवं उनकी विशेषताएँ
- आँकड़ों को एकत्र करना, व्यवस्थित करना तथा उनका वर्गीकरण करना
- अवर्गीकृत आँकड़ों की बारम्बारता सारणी बनाना
- अवर्गीकृत आँकड़ों के चित्र ग्राफ (पिक्टोग्राफ) बनाना
- अवर्गीकृत आँकड़ों के दण्ड आरेख (बारग्राफ) बनाना
- अवर्गीकृत आँकड़ों का मिश्रित दण्ड आरेख बनाना तथा उसकी व्याख्या करना।

4.1 भूमिका :

आपने टेलीविजन और समाचार पत्र में क्रिकेट का स्कोर बोर्ड अवश्य देखा होगा। इस स्कोर बोर्ड में पूरे खेल का ब्योरा दर्शाते हैं। खेल में कौन, कितने रन से जीता या हारा, इस सूचना के अतिरिक्त अन्य महत्वपूर्ण और अति उपयोगी सूचनाएँ भी प्राप्त होती हैं। खिलाड़ियों में किसने, कितने रन बनाए और सबसे अधिक रन बनाने वाले खिलाड़ी ने कितनी गेंदों में रन बनाए, कुल कितना समय लिया, आदि के बारे में समाचार-पत्र में प्रकाशित एक एकदिवसीय क्रिकेट मैच का स्कोर बोर्ड नीचे दर्शाया गया है।

गेंदबाज	ओवर	मेडन ओवर	दिये गये रन	लिये गये विकेट
ब्रेकन	10	3	54	2
ब्रेटली	10	1	58	1
इशांत	10	2	45	2
मलिंगा	10	2	61	0
जानसन	10	1	73	1

बल्लेबाज	रन	खेली गई गेंदें	समय (मिनट में)
गम्भीर	71	62	55
सचिन	70	76	65
धोनी	28	35	60
संगकारा	78	81	60
गिलक्रिस्ट	36	32	65



उमेश	03	08	07
जाधव	02	06	05
अतिरिक्त	06		
कुल रन	294		

स्कोर बोर्ड देखकर आप यह ज्ञात कर सकते हैं कि किस गेंदबाज ने सर्वाधिक मेडन ओवर फेंका और किस बल्लेबाज ने सर्वाधिक रन बनाये।

आपकी कक्षा के शिक्षक द्वारा प्रतिदिन शिक्षार्थियों की उपस्थिति एक रजिस्टर में अंकित करते हुए तथा परीक्षा के बाद कक्षा के शिक्षार्थियों के द्वारा प्राप्त अंकों को भी एक रजिस्टर में अंकित करते हुए आपने अवश्य देखा होगा। प्रतिदिन समाचार पत्रों, पत्रिकाओं, टेलीविजन और अन्य संचार साधनों से विभिन्न प्रकार के आँकड़े प्रस्तुत किये जाते हैं। आप यह भी जानते हैं कि सभी आँकड़े हमें किसी न किसी प्रकार की सूचना अवश्य देते हैं।

इसी प्रकार आपने अपने दैनिक जीवन में संख्याओं की सारणी के रूप में वस्तु और उसके मूल्य, रेल के आने-जाने का समय तथा बस के आने-जाने के समय आदि को देखा होगा। ये सारणियाँ हमें आँकड़े (**Data**) उपलब्ध कराती हैं।

- **आँकड़े संख्याओं के वे संग्रह हैं जो कुछ सूचनाएँ देने के लिए एकत्रित किए जाते हैं।**
- **किसी निश्चित उद्देश्य से आँकड़े एकत्रित किए जाते हैं।**

4.2 आँकड़ों की विशेषताएँ

सोचें, तर्क करें और निष्कर्ष निकालें -

- हम जानते हैं कि किसी प्रदेश में प्रति हेक्टेयर गेहूँ की उपज प्रतिवर्ष एक समान नहीं रहती है, बल्कि बढ़ या घट सकती है। इसी प्रकार एक प्रदेश में प्रति हेक्टेयर गेहूँ की उपज और दूसरे प्रदेश में प्रति हेक्टेयर गेहूँ की उपज में अन्तर हो सकता है अर्थात् आँकड़े परिवर्तनशील होते हैं।
- एक दूसरा उदाहरण लेते हैं। मान लीजिए किसी कक्षा के एक छात्र के गणित, दूसरे छात्र के विज्ञान और तीसरे छात्र के अंग्रेजी विषय के प्राप्तांकों की तुलना करनी है, तो इससे कोई निष्कर्ष नहीं निकलेगा, किन्तु यदि तीनों छात्रों के द्वारा केवल किसी एक विषय, गणित, विज्ञान अथवा अंग्रेजी के प्राप्तांकों की तुलना करनी हो तो इससे यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि उस विषय में किस छात्र की उपलब्धि अच्छी है। इस प्रकार हम देखते हैं कि सजातीय आँकड़े होने पर ही हम किसी निष्कर्ष पर पहुँच सकते हैं।
- मान लीजिए कि किसी कक्षा में छात्रों की ऊँचाई का अध्ययन करना है तो इसके लिए कक्षा के सभी छात्रों की ऊँचाई ज्ञात करनी होगी और तभी विश्लेषण करके कोई अनुमान या निष्कर्ष निकाल सकते हैं। एक छात्र की ऊँचाई अर्थात् केवल एक आँकड़े से तुलना नहीं कर सकते, तुलना के लिए आँकड़े सदैव समूह में होने चाहिए।

- जो तथ्य संख्याओं में व्यक्त नहीं किये जा सकते उनका अध्ययन सांख्यिकी के अन्तर्गत हम नहीं कर सकते, जैसे ईमानदारी, मित्रता, चरित्र आदि।

निष्कर्ष :

- **आँकड़े परिवर्तनशील होते हैं ।**
- **सजातीय आँकड़े होने पर ही तुलना करके निष्कर्ष निकाले जा सकते हैं ।**
- **आँकड़े सदैव समूह में एकत्र किये जाते हैं ।**
- **आँकड़े सदैव संख्यात्मक राशि में होते हैं ।**

4.3 आँकड़ों का संग्रह :

किसी समस्या के अध्ययन में अध्ययनकर्ता का सबसे पहला कार्य आँकड़ों का संग्रह करना है। आँकड़ों को इकट्ठा करने से पहले हमें यह जानना आवश्यक है कि हम इनका उपयोग किसके लिए करेंगे।

क्रियाकलाप :

अपनी कक्षा के शिक्षार्थियों के दो समूह बनाइए । प्रत्येक समूह से निम्नांकित प्रकार के आँकड़ों में से एक प्रकार के आँकड़ों को एकत्रित कीजिए :

(i) अपनी कक्षा के दस शिक्षार्थियों की ऊँचाई,

(ii) किसी एक माह में प्रत्येक कार्यदिवस में उपस्थित रहने वाले अपनी कक्षा के शिक्षार्थियों की संख्या।

प्रथम समूह के शिक्षार्थियों ने स्वयं आँकड़े एकत्र किये जैसे - शिक्षार्थियों की ऊँचाई ज्ञात करना, दूसरे समूह के शिक्षार्थियों ने दूसरे स्त्रोतों से आँकड़े एकत्र किये । जैसे- उपस्थित शिक्षार्थियों की संख्या अपनी कक्षा की उपस्थिति पंजिका से प्राप्त किये।

अतः आँकड़ों का संग्रह दो प्रकार से किया जाता है :

(i) प्राथमिक स्त्रोतों से

(ii) द्वितीयक स्त्रोतों से

जिन स्त्रोतों से प्रथम बार आँकड़े एकत्र किये जाते हैं उन्हें प्राथमिक स्त्रोत कहते हैं। तथा जिन स्त्रोतों से पहले से उपलब्ध आँकड़ों से वांछित आँकड़े प्राप्त किये जाते हैं, वे द्वितीयक स्त्रोत कहलाते हैं ।

इस प्रकार आँकड़े भी दो प्रकार के होते हैं।

प्राथमिक आँकड़े :

जब कोई शोधकर्ता किसी उद्देश्य को ध्यान में रखकर स्वयं आँकड़ों को एकत्र करता है तो इन आँकड़ों को प्राथमिक आँकड़े कहा जाता है ।

द्वितीयक आँकड़े :

जब कोई शोधकर्ता किसी अन्य उद्देश्य से संकलित किये गये आँकड़ों को अपने प्रयोग में लाता है तो इन आँकड़ों को द्वितीयक आँकड़े कहा जाता है।

- **प्राथमिक स्त्रोतों से प्राप्त आँकड़ों को प्राथमिक आँकड़े कहा जाता है।**
- **द्वितीयक स्त्रोतों से प्राप्त आँकड़ों को द्वितीयक आँकड़े कहा जाता है।**

4.4 आँकड़ों का संकलन :

मात्र आँकड़ों के संग्रह से हमें विशेष सूचना नहीं मिल सकती। अतः वांछित जानकारी प्राप्त करने के पहले आँकड़ों का आवश्यकतानुसार संकलन करना होता है। इसे समझने के लिए निम्नलिखित उदाहरण पर ध्यान दीजिए :

गणित शिक्षिका कविता कक्षा-6 के चुने हुये 10 शिक्षार्थियों का गणित विषय में प्रदर्शन जानना चाहती थीं। कक्षाध्यापिका नमिता ने परीक्षा में प्राप्त अंकों की जो सूची कविता को दी उसमें अंक निम्न प्रकार से लिखे थे :

38,42,45,40,30,50,48,26,27,32। इस रूप में लिखे अंकों से बच्चों का प्रदर्शन कैसा था? गणित शिक्षिका कोई निष्कर्ष नहीं निकाल सकीं; अतः कविता ने स्वयं अंकपत्र से अंकों को सारणी रूप में निम्नांकित प्रकार से लिखा :

क्रसं.	नाम	50 में से प्राप्त अंक	क्रसं.	नाम	50 में से प्राप्त अंक
1.	आशीष	50	6.	सलमा	38
2.	अमिता	48	7.	रहमान	32
3.	मनीष	45	8.	अजय	30
4.	नीरज	42	9.	अरमान	27
5.	दीप्ति	40	10	नेहा	26

इस सारणी से कविता को यह सूचना मिल गई कि कक्षा में सबसे अच्छा प्रदर्शन किसका था। अन्य बच्चों में किसने कितने अंक प्राप्त किये, अच्छे प्रदर्शन के लिए किसे अधिक परिश्रम करने की आवश्यकता है, आदि।

इसे कीजिए :

अपने मित्रों से चर्चा कीजिए और अपनी कक्षा के 20 शिक्षार्थियों का भार किग्रा में तथा ऊँचाई मीटर में लिख कर निम्न प्रश्नों का उत्तर देने का प्रयास कीजिए

1. सबसे अधिक भार किसका है?
2. आपके और आपके मित्र के भार में कितना अन्तर है ?
3. अधिकांश शिक्षार्थियों का भार कितना है ?

4.5 आँकड़ों का अभिलेखन :

एक कक्षा के 20 शिक्षार्थियों को दोपहर के भोजन के साथ मिठाई देने की योजना बनानी है। शिक्षक ने शिक्षार्थियों से चार प्रकार की मिठाइयों बर्फी, पेड़ा, गुलाबजामुन और जलेबी में से कोई एक मिठाई पसन्द करके बताने को कहा, सभी शिक्षार्थियों की मनपसन्द मिठाई की सूची बनाने का कार्य कक्षा नायक (मॉनीटर) दीपिका को दिया गया। दीपिका ने शिक्षार्थियों के नामों की सूची बनाई और उनके नाम के सामने उनके पसन्द की मिठाई का नाम लिख दिया।

यह सूची शिक्षार्थियों को उनके पसंद की मिठाई देने में सहायता करेगी ।

शिक्षार्थी का नाम	मिठाई का नाम	शिक्षार्थी का नाम	मिठाई का नाम
1 अमिता	बर्फी	11 भावना	गुलाबजामुन
2 अनुराधा	पेड़ा	12 सलमा	गुलाबजामुन
3 उमा	बर्फी	13 कविता	बर्फी
4 प्रीति	बर्फी	14 फरीदा	जलेबी
5 राधा	गुलाबजामुन	15 रेशमा	जलेबी
6 अमर	बर्फी	16 राघव	गुलाबजामुन
7 रमन	पेड़ा	17 केशव	गुलाबजामुन
8 मनोज	पेड़ा	18 जावेद	बर्फी
9 अहमद	गुलाबजामुन	19 सलीम	गुलाबजामुन
10 राजू	पेड़ा	20 करीम	गुलाबजामुन

कक्षा के शिक्षार्थियों को देने के लिए कितनी संख्या में बर्फी या पेड़े की आवश्यकता होगी, यह जानने के लिए शिक्षक को नामों को एक-एक करके पढ़ कर बर्फी और पेड़ा की संख्या गिननी पड़ेगी। इसी प्रकार जलेबी और गुलाबजामुन की संख्या जानने के लिए इस प्रक्रिया को दोहराना पड़ेगा। सूची में शिक्षार्थियों की संख्या अधिक होने पर यह प्रक्रिया अधिक समय लेने वाली और जटिल हो सकती है।

दीपिका को एक नया उपाय सूझा। उसने कापी में चार चौकोर बॉक्स बनाए, फिर प्रत्येक बॉक्स के ऊपर एक मिठाई का नाम लिख दिया। उसने प्रत्येक शिक्षार्थी की पसन्द की मिठाई के नाम के अनुसार बॉक्स के अन्दर एक (●) चिह्न बना दिया। नामों की सूची के अनुसार निम्न प्रकार से चिह्न लग गये।

बर्फी	पेड़ा	गुलाबजामुन	जलेबी
●●●●● ●	●●●●	●●●●● ●●●	●●
6	4	8	2

दीपिका प्रत्येक बॉक्स के चिह्नों को गिनकर प्रत्येक मिठाई की संख्या बता सकती है।

दीपिका ने जो सूचनाएँ अपनी सूची से प्राप्त कीं, वही सूचनाएँ शिक्षक ने निम्नांकित सारणी द्वारा प्राप्त कर लीं।

शिक्षक द्वारा बनायी गई सारणी -

बर्फी	✓✓✓✓✓✓	6
पेड़ा	✓✓✓✓	...
गुलाबजामुन	✓✓✓✓✓✓✓✓✓	...
जलेबी	✓✓	...

प्रयास कीजिए :

उपरोक्त सारणी को ध्यान से देखिए तथा निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

- एक चिह्न (✓) क्या सूचित करता है ?
- कितने शिक्षार्थियों ने पेड़ा पसन्द किया ?
- गुलाबजामुन कितने शिक्षार्थियों ने पसन्द किया ?
- किस मिठाई को सबसे कम लोगों ने पसन्द किया है ?
- कक्षा में कुल कितने शिक्षार्थी हैं ?

आँकड़े एकत्र करने के और भी सुविधाजनक तरीके हैं, आइए समझें।

एक छात्रावास में 64 छात्र रहते हैं। छात्रावास में प्रत्येक छात्र की रुचि का भोजन देने के लिए एक दिन की भोजन व्यवस्था बनानी है। यह कार्य मॉनीटर को दिया गया। मॉनीटर ने भोजन रुचियों के नाम एक स्तम्भ में लिख कर,फिर प्रत्येक छात्र से उसकी भोजन रुचि को पूछकर, उस रुचि के नाम के सामने एक खड़ी लकीर (।) अंकित कर अग्रांकित सारणी तैयार की ।

भोजन-रुचि	खींची गई लकीरें	लकीरों की संख्या
केवल रोटी	। । । । । । । । । । । ।	12
केवल चावल	। । । । ।	05
रोटी और चावल	। ।	21
पूड़ी	। । । । । । । । । । । । । । ।	15
परॉठा	। । । । । । । । । । ।	11

इस सारणी को देखकर शिक्षक ने नया सुझाव दिया कि इन लकीरों को पाँच-पाँच के समूह में अंकित करना अधिक अच्छा होगा तथा पाँच-पाँच के प्रत्येक समूह में पाँचवीं लकीर (चिह्न) को एक तिरछी रेखा के रूप में प्रयोग किया जाय। जैसा कि 卌 में दर्शाया गया है। इन लकीरों के चिह्नों को **मिलान चिह्न (Tally Marks)** कहते हैं। इस प्रकार 卌 ।। यह दर्शाता है कि गिनने पर पाँच और दो अर्थात् सात हैं, और 卌 卌 ।। यह दर्शाता है कि पाँच-पाँच और दो अर्थात् बारह हैं।

टैली चिह्नों को पाँच-पाँच के समूह में लेने पर उपर्युक्त सारणी निम्नलिखित रूप में होगी -

भोजन रुचि	टैली मार्क (मिलान चिह्न)	विद्यार्थियों की संख्या
केवल रोटी	𝍸 𝍸 ||	12
केवल चावल	𝍸	05
रोटी और चावल	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 |	21
पूड़ी	𝍸 𝍸 𝍸	15
परॉठा	𝍸 𝍸 |	11

अब एक अन्य उदाहरण लेते हैं।

किसी मोहल्ले में 50 व्यक्तियों द्वारा पसन्द किए गये फ्रिजों के रंगों की सूचना मिलान चिह्नों का प्रयोग करके बनानी हैं।

इनके मिलान चिह्नों का प्रयोग करके निम्न सारणी तैयार की गई है : -

रंग	मिलान चिह्न	फ्रिजों की संख्या
नीला	𝍸 |	06
लाल	𝍸 𝍸 ||	12
सफेद	𝍸 𝍸 ||||	14
स्लेटी	𝍸 𝍸 𝍸 |||	18

इस सारणी के द्वारा निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दिया जा सकता है

1. लाल रंग का फ्रिज पसन्द करने वालों की संख्या कितनी है ? (12)
2. सबसे अधिक किस रंग का फ्रिज पसन्द किया गया ? (स्लेटी 18)
3. सफेद रंग का फ्रिज कितने व्यक्तियों द्वारा पसंद किया गया ? (14)
4. सबसे कम किस रंग का फ्रिज पसंद किया गया ? (नीला 6)

इसी प्रकार के अन्य क्रियाकलाप मिलान चिह्नों के प्रयोग द्वारा किये जा सकते हैं।

4.6 आँकड़ों को व्यवस्थित करना :

मान लीजिए कक्षा 6 के 20 शिक्षार्थियों की अर्द्धवार्षिक परीक्षा में गणित विषय में 50 पूर्णांक में प्राप्तांकों का विवरण निम्नवत् है : -

37, 23, 16, 30, 21, 27, 45, 42, 17, 25, 24, 22, 25, 28, 38, 26, 21, 32, 42, 28

1. यदि 17 या अधिक अंक प्राप्त करने वाले शिक्षार्थी को उत्तीर्ण माना जाय तो इन प्राप्तांकों को देखकर क्या तुरंत यह बताया जा सकता है कि -
   (i) कितने शिक्षार्थी उत्तीर्ण हुए ?
   (ii) कितने शिक्षार्थी अनुत्तीर्ण हुए ?
2. कितने शिक्षार्थियों ने तीस अथवा इससे अधिक अंक अर्जित किये हैं?

ध्यान दीजिए कि मूल रूप में एकत्र किये गये आँकड़ों को देखकर इनसे सीधे कोई निष्कर्ष आसानी से प्राप्त नहीं किया जा सकता। प्रायः जिस मूलरूप में आँकड़े एकत्र किये जाते हैं, वे अव्यवस्थित होते हैं। ऐसे आँकड़ों को **अवर्गीकृत** आँकड़े कहते हैं। उपर्युक्त उदाहरण में कक्षा 6 के 20 शिक्षार्थियों के गणित विषय में प्राप्तांक जिस रूप में एकत्र किये गये हैं, वे अवर्गीकृत हैं। इनसे कोई निष्कर्ष प्राप्त करने के लिए सर्व प्रथम इनको **व्यवस्थित करना** होता है।

आँकड़े मूल रूप में अव्यवस्थित होते हैं। इन्हें अवर्गीकृत आँकड़े अथवा कच्चे आँकड़े भी कहते हैं। इनसे कोई उद्देश्यगत निष्कर्ष प्राप्त करने के लिए सर्वप्रथम इनको व्यवस्थित करना पड़ता है।

अव्यवस्थित आँकड़ों को व्यवस्थित करने के लिए निम्नलिखित दो विधियों का प्रयोग करते हैं -

(i) आँकड़ों को आरोही अथवा अवरोही क्रम में लिखना,
(ii) आँकड़ों का वर्गीकरण करना।

आरोही क्रम :

आँकड़ों को आरोही क्रम में लिखने के लिए सर्व प्रथम सबसे छोटी संख्या लिखते हैं, उसके बाद उसके बराबर अथवा उससे ठीक बड़ी, फिर उससे ठीक बड़ी या बराबर ... और फिर सबसे अन्त में सबसे बड़ी संख्या लिखते हैं। यदि अव्यवस्थित आँकड़े बहुत अधिक नहीं हैं तो सावधानीपूर्वक देखकर इन्हें आरोही क्रम में व्यवस्थित किया जा सकता है। जैसे उपर्युक्त उदाहरण में आँकड़ों की संख्या केवल 20 है, अतः यदि हम चाहें तो इन आँकड़ों में से सावधानीपूर्वक क्रम से छोटी से बड़ी संख्या की ओर बढ़ते हुए इन संख्याओं को आरोही क्रम में निम्नवत् व्यवस्थित कर सकते हैं -

16,17,21,21,22,23,24,25,25,26,27,28,28,30,32,37,38,42,42,45

अवरोही क्रम :

यदि उपर्युक्त क्रम को उलट दिया जाय तो ये आँकड़े अवरोही क्रम में हो जाते हैं अर्थात् आँकड़ों को अवरोही क्रम में लिखने के लिए सर्वप्रथम सबसे बड़ी संख्या, फिर उसके बराबर अथवा उससे ठीक छोटी संख्या, फिर उसके बाद उससे ठीक छोटी संख्या... और फिर अन्त में सबसे छोटी संख्या लिखते हैं।

उपर्युक्त उदाहरण में दिये गये आँकड़ों को अवरोही क्रम में निम्नवत् लिख सकते हैं -

45, 42, 42, 38, 37, 32, 30, 28, 28, 27, 26, 25, 25, 24, 23, 22, 21, 21, 17, 16.

इस प्रकार यदि आँकड़ों को आरोही अथवा अवरोही क्रम में व्यवस्थित कर लिया जाय तो प्राप्तांकों के सम्बन्ध में जानकारी अधिक स्पष्ट और सुविधाजनक हो जाती है। जैसे, यदि 30 से अधिक अंक प्राप्त करने वाले शिक्षार्थियों की संख्या ज्ञात करनी हो तो यह संख्या सुगमतापूर्वक ज्ञात की जा सकती है, साथ ही न्यूनतम और अधिकतम प्राप्तांक भी तुरंत ज्ञात किये जा सकते हैं।

4.7 वर्गीकरण :

आँकड़ों की संख्या अधिक होने पर उन्हें आरोही अथवा अवरोही क्रम में व्यवस्थित करने में काफी कठिनाई होती है। ऐसी स्थिति में हम आँकड़ों को निम्नलिखित दो प्रकार से वर्गीकृत करते हैं -

(i) गुणों के आधार पर वर्गीकरण

(ii) वर्ग-अंतराल के आधार पर वर्गीकरण

4.7.1 गुणों के आधार पर वर्गीकरण :

इस वर्गीकरण में वे सब आंकड़े जिनमें एक ही प्रकार के गुण होते हैं, एक वर्ग में रखे जाते हैं, जिनमें दूसरे गुण होते हैं, दूसरे वर्ग में रखे जाते हैं। उदाहरण के लिए भारत के विभिन्न प्रदेशों की जनसंख्या को हम उनके निवास स्थान के आधार पर दो वर्गों में बांट सकते हैं :

(i) ग्रामीण

(ii) शहरी

प्रदेश	ग्रामीण	शहरी	योग

गुणात्मक आधार पर वर्गीकरण वह रीति है जिसमें संकलित आँकड़ों को उनकी समानता एवं असमानता के आधार पर विभिन्न वर्गों में बांट दिया जाता है।

4.7.2 वर्ग-अन्तराल के आधार पर वर्गीकरण

जब आँकड़ों की संख्या बहुत अधिक होती है और केवल गुणों के आधार पर इनका वर्गीकरण करने से अध्ययन के उद्देश्यों की पूर्ति नहीं होती तब संख्यात्मक सामग्री को अधिक प्रभावशाली तथा सांख्यिकीय गणना हेतु इन्हें अधिक उपयुक्त रूप में प्रस्तुत करने के लिए इन आँकड़ों को समूहों या वर्ग-अन्तरालों में रखकर भी व्यवस्थित करते हैं।

4.8. अवर्गीकृत आँकड़ों की सारणी बनाना :

शीघ्र निष्कर्ष निकालने के लिए आँकड़ों को व्यवस्थित किया जाता है। उदाहरण के लिए कक्षा 6 के 20 शिक्षार्थियों के गणित प्रथम प्रश्न पत्र की परीक्षा के प्राप्तांक निम्नवत् हैं : -

22, 26, 22, 38, 40, 40, 28, 28, 22, 16, 27, 27, 16, 22, 36, 38, 38, 16, 28, 26

हम जानते हैं कि इस रूप में दिये गये आँकड़ों को अपरिष्कृत या अवर्गीकृत आँकड़े कहते हैं। इन अवर्गीकृत आँकड़ों को देखकर कितने शिक्षार्थी उत्तीर्ण हुए, कितने अनुत्तीर्ण हुए, कितने प्रथम श्रेणी में उत्तीर्ण हुए आदि की जानकारी सरलता से नहीं की जा सकती है।

आँकड़ों को व्यवस्थित करने के लिए सर्वप्रथम उन्हें आरोही क्रम में रख सकते हैं । संख्याएँ अधिक होने पर केवल अवलोकन या निरीक्षण कर इन्हें आरोही क्रम में रखना सरल कार्य नहीं है, अतः इन्हें आरोही क्रम में रखने की सरल विधि नीचे दी गयी है।

उपर्युक्त आँकड़ों को आरोही क्रम में रखना

आँकड़े -

~~22~~ ~~26~~ ~~22~~ ~~38~~ ~~40~~ ~~40~~ ~~28~~ ~~28~~ ~~22~~ ~~16~~ ~~27~~ ~~27~~ ~~16~~ ~~22~~ ~~36~~ ~~38~~ ~~38~~
~~16~~ ~~28~~ ~~26~~

सबसे पहले प्राप्त अव्यवस्थित आँकड़ों में सबसे छोटी संख्या 16 और सबसे बड़ी संख्या 40 ज्ञात कर लीजिए। इससे यह जानकारी मिलती है कि इन आँकड़ों का फैलाव 16 से 40 तक है। अब ऊर्ध्वाधर रूप में क्रम से 16 से 40 तक की संख्याएँ लिखिए।

16 ǀǀǀ	21	26 ǀǀ	31	36 ǀ
17	22 ǀǀǀǀ	27 ǀǀ	32	37
18	23	28 ǀǀǀ	33	38 ǀǀǀ
19	24	29	34	39
20	25	30	35	40 ǀǀ

अब अव्यवस्थित आँकड़ों में सबसे पहली संख्या देखिए, यह संख्या 22 है। इसे यहाँ से काट दीजिए तथा क्रम से लिखी गयी संख्याओं में 22 के समक्ष टैली '।' का चिह्न लगा दीजिए। अव्यवस्थित आँकड़ों की दूसरी संख्या 26 को काटकर क्रम से लिखी संख्या में 26 के सामने '।' टैली चिह्न लगाइए। इसी प्रकार प्रक्रिया को आगे बढ़ाइए। यदि प्राप्त आँकड़ों में कोई संख्या दो या अधिक बार दोहराई गई है तो वह संख्या जितनी बार दोहराई गई है, उतनी टैली चिह्न संगत संख्या के सम्मुख लगा दीजिए। उदाहरण के लिए 26 के सामने दो टैली चिह्न और 28 के सामने तीन टैली चिह्न लगाइए। इस प्रकार अव्यवस्थित आँकड़ों में अन्तिम संख्या तक के टैली चिह्न लगाइए। इसके पश्चात् ऊर्ध्वाधर रूप में लिखी संख्याओं को बढ़ते क्रम में निम्नवत् लिख दीजिए। ध्यान रहे कि जिस संख्या के सामने जितने टैली चिह्न लगे हैं, वे यहाँ उतनी ही बार लिखी जायेंगी।

16,16,16,22,22,22,22,26,26,27,27,28,28,28,36,38,38,38,40,40

यही आँकड़ों का आरोही क्रम है।

इसी प्रकार संख्याओं को क्रम से ऊर्ध्वाधर रूप में 40 से 16 तक घटते क्रम में लिखकर आँकड़ों का अवरोही क्रम ज्ञात किया जा सकता है।

इस रूप में रखे गये आँकड़ों को व्यवस्थित या सारणीबद्ध आँकड़े कहते हैं। इस रूप में रखे गये आँकड़ों से सुविधाजनक तथा स्पष्ट रूप में जानकारी मिल सकती है। जैसे सबसे कम प्राप्तांक 16 है, 17 से कम प्राप्तांक वाले 3 शिक्षार्थी, 35 से अधिक प्राप्तांक 6 शिक्षार्थियों के हैं, आदि।

अभ्यास 4 (a)

1. किसी मुहल्ले में 10 परिवारों में सदस्यों की संख्या निम्नवत् ज्ञात की गई :
   6, 8, 3, 2, 4, 5, 9, 7, 3, 6.
   आँकड़ों को आरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए।
2. निम्नलिखित आँकड़ों को आरोही क्रम में रखिए :
   4, 6, 8, 2, 12, 22, 29, 23, 25, 24, 32, 37, 42, 44, 9.
3. किसी कक्षा की 10 बालिकाओं के प्राप्तांकों का प्रतिशत निम्नवत् है :
   67, 55, 57, 42, 73, 75, 62, 61, 74, 33.
   आँकड़ों को अवरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए।
4. एक ग्राम सभा में मनरेगा योजनान्तर्गत 20 व्यक्तियों (जाब कार्डधारकों) द्वारा एक माह में किये गये कार्य के दिनों की संख्या प्रति व्यक्ति निम्नवत् है। इन आँकड़ों को अवरोही-क्रम में लिख ज्ञात कीजिए कि कितने व्यक्तियों ने 10 दिनों से कम काम किये।
   11, 8, 12, 12, 19, 16, 17, 24, 25, 21, 9, 11, 8, 12, 15, 9, 16, 8, 7, 3

4.8.1 बारम्बारता बंटन सारणी

पृष्ठ 76 के सारणीबद्ध कक्षा 6 के 20 शिक्षार्थियों के गणित प्रश्नपत्र के आँकड़ों को समझना भी थोड़ा कठिन कार्य है, इन्हें स्पष्ट और सुगम बनाने के लिए सारणी को निम्नलिखित रूप में रख सकते हैं :

प्राप्तांक	मिलान चिह्न	शिक्षार्थियों की संख्या
16	|||	3
22	||||	4
26	||	2
27	||	2
28	|||	3
36	|	1
38	|||	3
40	||	2
योग		**20**

सारणी-1

इस सारणी में प्रत्येक प्राप्तांक के सामने उन शिक्षार्थियों की संख्या दी गई है जिन्होंने उस अंक को प्राप्त किया है। जैसे 3 शिक्षार्थियों ने 16 अंक प्राप्त किये हैं, 4 शिक्षार्थियों के प्राप्तांक 22 हैं, आदि।

सारणी से यह भी स्पष्ट है कि ये प्राप्तांक 16 से 40 के मध्य फैले हुए हैं। ये प्राप्तांक **चर राशि** कहलाते हैं।

उस राशि को जिसे हम अलग-अलग प्रेक्षण में माप सकते है। चर राशि कहते हैं ।

उपर्युक्त सारणी में अंकों को प्राप्त करने वाले शिक्षार्थियों की संख्या दी गई है। जैसे 26 प्राप्तांक 2 शिक्षार्थियों के हैं, 28 प्राप्तांक 3 शिक्षार्थियों के हैं, आदि। अंकों की बारम्बारता से यह पता चल जाता है कि अंक विशेष कितनी बार दोहराया गया है। **बारम्बारता वह संख्या है जिससे यह पता चलता है कि आँकड़ों में कोई संख्या विशेष कितनी बार दोहराई गई है।**

इस प्रकार ऊपर दी गई सारणी को अवर्गीकृत आँकड़ों की बारम्बारता बंटन सारणी अथवा बारम्बारता सारणी कहा जाता है।

निष्कर्ष :

- अव्यवस्थित आँकड़ों को व्यवस्थित रूप में रखने पर आँकड़ों को **सारणीबद्ध** आँकड़े कहते हैं।
- उस राशि को जिसे हम अलग-अलग प्रेक्षण में माप सकते हैं, **चर राशि** कहते हैं।
- किसी संख्या की बारम्बारता वह संख्या है जिससे यह पता चलता है कि आँकड़ों में वह संख्या कितनी बार दोहराई गई है।
- आँकड़ों को सारणीबद्ध कर उनकी बारम्बारता के साथ प्रस्तुत करने को **बारम्बारता बंटन** कहते हैं।

4.8.2 बारम्बारता सारणी बनाना :

उदाहरण 1 :

किसी शहर का एक माह के 30 दिनों का न्यूनतम तापमान °C में निम्नवत् है :

10.6	10.6	10.4	10.6	10.2	10.2
10.7	10.7	10.7	10.8	10.7	10.7
10.9	10.8	10.9	10.9	10.5	10.3
10.3	10.5	10.5	10.5	10.6	10.6
10.2	10.2	10.3	10.2	10.2	10.2

आँकड़ों की बारम्बारता सारणी बनाइए।

बारम्बारता सारणी बनाने के सोपान निम्नवत् हैं :

1. इसके लिए प्रारम्भ में सारणी का प्रारूप या रूपरेखा बनाइए। सारणी के प्रारूप में चार स्तम्भ होंगे, जिसमें पहला स्तम्भ क्रम संख्या के लिए, दूसरा स्तम्भ तापमान के लिए तथा तीसरा व चौथा स्तम्भ क्रमशः टैली चिह्न व बारम्बारता के लिए हैं। स्तम्भों के क्रमांक 1, 2, 3, 4 लिखिए।

सारणी-2

(1)	(2)	(3)	(4)
क्रम संख्या	तापमान (^{0}C)	टैली चिह्न	बारम्बारता
1	10.2	卌 II	7
2	10.3	III	3
3	10.4	I	1
4	10.5	IIII	4
5	10.6	卌	5
6	10.7	卌	5
7	10.8	II	2
8	10.9	III	3
योग			30

2. आँकड़ों में तापमानों का परिसर 10.2 से 10.9 तक है। अतएव हमारे पास 10.2 से 10.9 तक कुल 8 संख्याएँ हैं। अब स्तम्भ 1 में 1 से 8 तक की क्रम संख्या लिखिए।

3. स्तम्भ 2 में तापमान को आरोही क्रम में लिखिए।

4. स्तम्भ 3 में विभिन्न दिनों के तापमान का टैली चिह्न लगाइए। टैली चिह्न लगाने के लिए निम्नलिखित प्रक्रिया का पालन कीजिए।

(i) आँकड़ों में पहला तापमान 10.6 है। अतः सारणी के स्तम्भ 3 में 10.6 के सामने एक टैली चिह्न (I) लगाते हैं।

(ii) आँकड़ों में दूसरा तापमान भी 10.6 है। अतः पुनः स्तम्भ 3 में 10.6 के सामने एक टैली चिह्न और लगाते हैं।

(iii) टैली चिह्न लगाने का कार्य पूरा हो जाने पर उनकी संख्या को गिनकर प्राप्त संख्या को बारम्बारता के स्तम्भ 4 में लिखिए। संख्याओं की बारम्बारता का योग कुल संख्याओं के योग के बराबर होता है। उपर्युक्त उदाहरण में बारम्बारता का योग 30 है, जबकि आँकड़े भी तीस दिन के तापमान के हैं। उक्त सारणी अवर्गीकृत आँकड़ों का बारम्बारता बंटन प्रदर्शित करती है।

उपर्युक्त उदाहरण में केवल 30 दिन के तापमान का अभिलेख रखकर बारम्बारता सारणी बनायी गयी है। किन्तु आंकड़े यदि बहुत अधिक हों तो अवर्गीकृत बारम्बारता सारणी बनाना अत्यन्त कठिन कार्य है। अतः अवर्गीकृत के स्थान पर वर्गीकृत बारम्बारता सारणी बनाना अधिक उपयुक्त होता है ।

उदाहरण 2: निम्नलिखित आंकड़ों से टैली चिह्न लगाकर, संख्याओं की बारम्बारता सारणी बनाइए।

6, 7, 9,14, 9,15, 9,12,15,14,9,12, 14, 15,7,6,12,14,6,9

हल

बारम्बारता सारणी

क्रम	संख्या	टैली चिह्न	बारम्बारता
1	6					3
2	7				2
3	9	~~||||~~	5
4	12					3
5	14						4
6	15					3
योग			20

अभ्यास 4 (b)

1. निम्नलिखित आँकड़ों से टैली चिह्न लगाकर संख्याओं की बारम्बारता ज्ञात कीजिए।
   5, 6, 8, 13, 8, 5, 14, 11, 9, 13, 8, 11, 11, 6, 5.
2. टैली चिह्न लगाकर निम्नांकित संख्याओं की बारम्बारता सारणी बनाइए :
   (i) 5, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 4, 5, 4, 3, 2, 5, 5.
   (ii) 16, 15, 16, 12, 13, 15, 14, 16, 13, 15, 12, 15

4.9 आँकड़ों का चित्रारेख या पिक्टोग्राफ द्वारा प्रदर्शन :

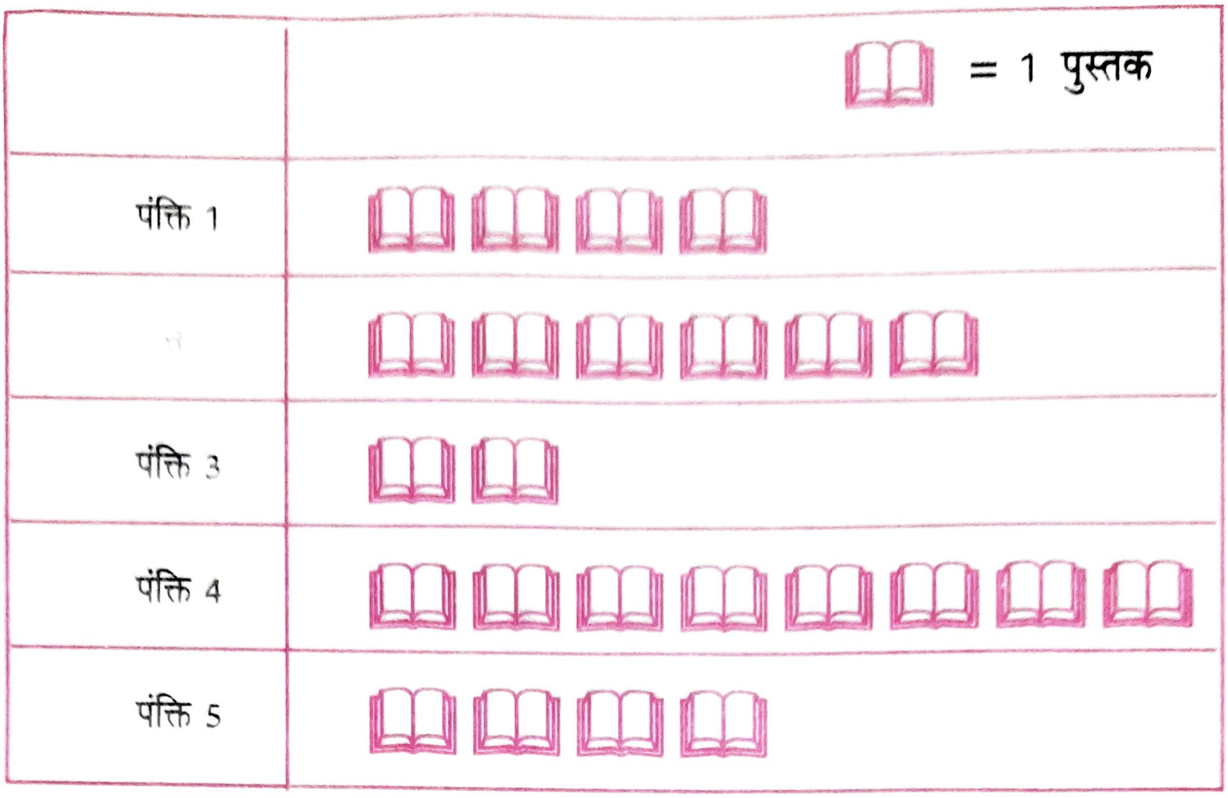
हमारे दैनिक जीवन में प्रायः विभिन्न प्रकार के आँकड़े सुनने और पढ़ने में आते हैं। जैसे भारत की जनसंख्या वर्ष 2011 की जनगणना के अनुसार 121.05 करोड़ से अधिक हो गयी है। यहाँ की 67% जनसंख्या खेती से जुड़ी है। भारत का क्षेत्रफल विश्व का मात्र 2.4% है जबकि यहाँ विश्व की 17.5% से अधिक जनसंख्या निवास करती है। 2011 की जनगणना के आधार पर भारत में कुल 73 प्रतिशत व्यक्ति साक्षर हैं जिसमें महिलाओं की साक्षरता की दर 64.9% तथा पुरुषों की 80.9% है।

भविष्य में सभी के लिए भोजन, वस्त्र, आवास, पेयजल, चिकित्सा, शिक्षा तथा रोजगार आदि की समुचित व्यवस्था करना आवश्यक है। इन सबके लिए एक सुविचारित योजना बनानी होगी। नीति निर्धारण के लिए आँकड़े संकलित किये जाते हैं। इन आँकड़ों को कैसे प्रदर्शित कर सकते हैं ?

सामान्य रूप से आँकड़ों का आरेखीय निरूपण किया जाता है। इस प्रकार के प्रदर्शन को **चित्रारेख प्रदर्शन** अथवा **पिक्टोग्राफ** कहते हैं।

चित्रारेख :

एक आलमारी में पाँच खाने हैं, प्रत्येक खाने में पुस्तकें एक पंक्तिबद्ध रूप में रखी हैं। विस्तृत जानकारी निम्न प्रकार सूचित की गई है :



चित्र (1)

प्रयास कीजिए :

- किस पंक्ति में पुस्तकों की संख्या सबसे अधिक है ?
- किस पंक्ति में पुस्तकों की संख्या सबसे कम है ?
- किस पंक्ति में तीन पुस्तकें हैं ?

आप उपरोक्त आरेख देखकर ही इन प्रश्नों के उत्तर दे सकते हैं। इसमें प्रयुक्त चित्र आँकड़ों को समझने में सहायता करते हैं ।

एक चित्रारेख आँकड़ों को चित्रों, वस्तुओं या वस्तुओं के भागों के रूप में निरूपित करता है। इसको केवल देखकर ही आँकड़ों से सम्बन्धित प्रश्नों के उत्तर दिये जा सकते हैं।

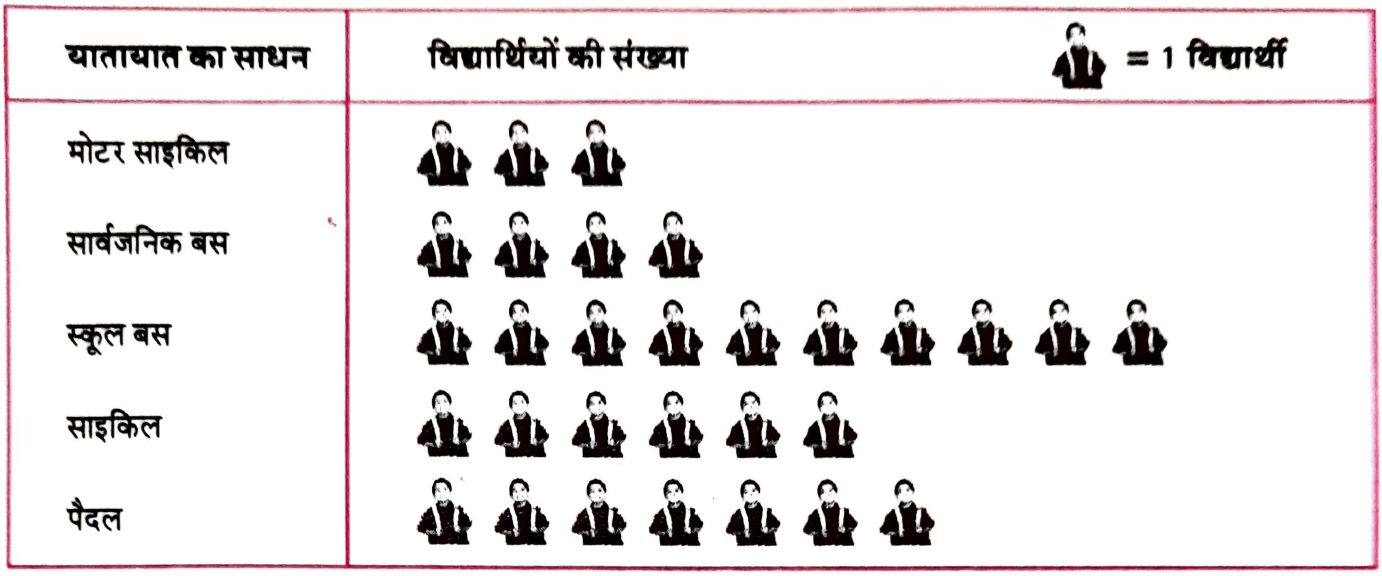
आँकड़ों के चित्रों द्वारा प्रदर्शन को चित्रारेख या पिक्टोग्राफ (Pictograph) कहते हैं ।

इन्हें कीजिए :

समाचार पत्रों और पत्रिकाओं में प्रकाशित चित्रारेखों को एकत्र कीजिए। यह समझने का प्रयत्न कीजिए कि ये चित्रारेख क्या दर्शाते हैं।

उदाहरण 3: किसी कक्षा के 30 विद्यार्थियों से उनके प्रतिदिन स्कूल आने के साधन के सम्बन्ध में जानकारी प्राप्त की गई। प्राप्त सूचना को पिक्टोग्राफ द्वारा प्रदर्शित किया गया है।

मोटर साइकिल	सार्वजनिक बस	स्कूल बस	साइकिल	पैदल
3	4	10	6	7



चित्र (2)

इस चित्रालेख से निम्नलिखित निष्कर्ष निकाल सकते हैं।

(i) साइकिल का प्रयोग केवल 6 विद्यार्थी करते हैं।

(ii) अधिकतम विद्यार्थी स्कूल बस से स्कूल जाते हैं।
यह सर्वाधिक लोकप्रिय यातायात का साधन है।

(iii) मोटर साइकिल से आने वाले विद्यार्थियों की संख्या 3 है।

(iv) पैदल स्कूल आने वाले विद्यार्थियों की संख्या 7 है।
इसी प्रकार अन्य साधनों की सूचना ज्ञात की जा सकती है।

प्रयास कीजिए :

वन महोत्सव सप्ताह के अवसर पर नेहा द्वारा अपने विद्यालय में रोपे गये पौधे निम्नांकित हैं:

दिन	पौधों की संख्या
रविवार	4
सोमवार	6
मंगलवार	8

बुधवार	3
गुरुवार	5
शुक्रवार	10
शनिवार	2

आँकड़ों का निरूपण पिक्टोग्राफ द्वारा कीजिए।

पिक्टोग्राफ बनाने के लिए बिन्दु :

1. आँकडों का पिक्टोग्राफ द्वारा निरूपण करने के लिए सबसे पहले दिनों के नाम क्रम से ऊर्ध्वाधर रूप में लिख लीजिए।

चित्र 3 वन महोत्सव पर लगाये गये पौधों का पिक्टोग्राफ

2. एक बड़ी आयताकार आकृति में दिनों के लिए पंक्तियाँ बनाइये।

3. एक उपयुक्त पैमाना = 1 पौधा लेकर प्रत्येक दिन के सामने लगाये गये पौधों की संख्या के बराबर चित्र बनाइए।

4. ऊपर या नीचे पिक्टोग्राफ का शीर्षक लिख दीजिए।

यहाँ पर एक पौधे के लिए एक चित्र बनाया गया है, किन्तु बड़ी संख्याओं के लिए एक उपयुक्त पैमाना मानकर पिक्टोग्राफ बनाया जाता है।

उदाहरण 4 : एक उद्यान में विभिन्न प्रजाति के फूलों के पौधे लगाए गए हैं। नीचे दी गई सारणी में इन पौधों की संख्या दी गई है -

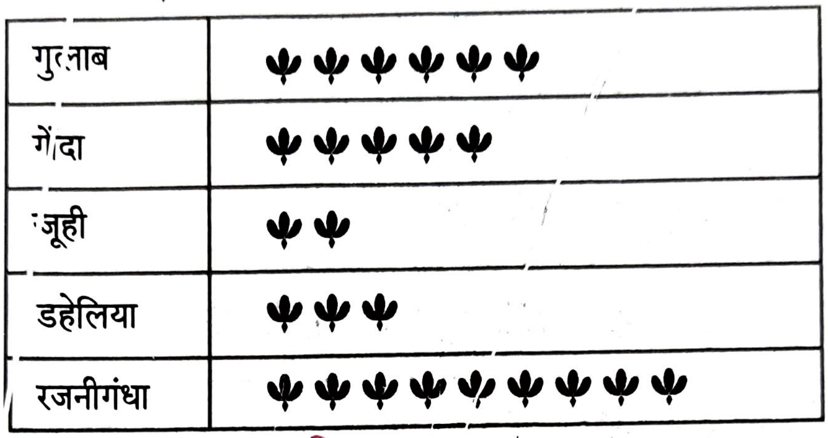
गुलाब	गेंदा	जूही	डहेलिया	रजनीगंधा
300	250	100	150	450

इन आँकड़ों को पिक्टोग्राफ द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

हल :

यहाँ पर पौधों की संख्या अधिक है। अतः कोई उपयुक्त पैमाना मान लेते हैं।

पैमाना : = 50 पौधे



चित्र 4

उपर्युक्त चित्रारेख में गुलाब के 300 पौधों के लिए $\frac{300}{50} = 6$ फूल दर्शाये गये हैं। इसी प्रकार गेंदा के $\frac{250}{50} = 5$ फूल दर्शाये गये हैं। जूही के 100 पौधों के लिए दो फूल हैं। अब आप अनुमान लगा सकते हैं कि डहेलिया और रजनीगंधा के सामने दर्शाये गये तीन और नौ फूल कितने-कितने वास्तविक फूलों के पौधों की संख्या प्रदर्शित करते हैं।

अभ्यास 4 (c)

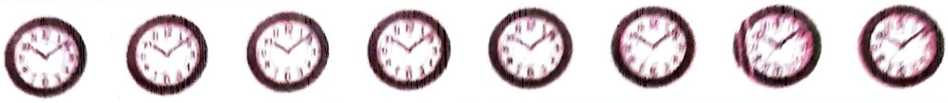
1. रमेश की दुकान पर मार्च से अगस्त तक बेचे गये पंखों की संख्या सारणी में दी गई है :

मार्च	अप्रैल	मई	जून	जुलाई	अगस्त
30	50	60	70	50	40

आँकड़ों को पिक्टोग्राफ द्वारा प्रदर्शित कीजिए जबकि एक = 10 पंखे

2. किसी सप्ताह के विभिन्न दिनों में बेंची गयीं घड़ियों की संख्या नीचे दर्शाई गई है : -

= 1 घड़ी

सोमवार	
मंगलवार	
बुधवार	
बृहस्पतिवार	
शुक्रवार	
शनिवार	
रविवार	

चित्रारेख को देखकर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i). किस दिन बेची गई घड़ियों की संख्या अधिकतम है ?

(ii). मंगलवार को कितनी घड़ियाँ बेची गईं ?

(iii). पूरे सप्ताह में कुल कितनी घड़ियाँ बेची गईं ?

(iv). यदि एक घड़ी 200 रुपये में बेची गई हो तो रविवार को कुल कितने रुपये की बिक्री हुई ?

(v). किस दिन घड़ियों की बिक्री सबसे कम हुई और कितनी हुई ?

3. नीचे दी गयी सारणी में विभिन्न खेलों में रुचि रखने वाले किसी विद्यालय के शिक्षार्थियों की संख्या दी गई है:

खेल	फुटबाल	हाकी	क्रिकेट	कबड्डी	शतरंज
शिक्षार्थियों की संख्या	200	140	100	80	20

आंकड़ों को चित्रारेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए :

संकेत = 20 शिक्षार्थी

4. एक सप्ताह में 35 शिक्षार्थियों वाली एक कक्षा में उपस्थित रहने वाले शिक्षार्थियों की संख्या निम्न चित्रारेख द्वारा विस्तृत रूप से दर्शाई गई है :

दिन	शिक्षार्थियों की उपस्थिति = 5 शिक्षार्थी
सोमवार	
मंगलवार	
बुधवार	
बृहस्पतिवार	
शुक्रवार	
शनिवार	

(i). मंगलवार को कितने शिक्षार्थी उपस्थित थे ?

(ii). किस दिन पूर्ण उपस्थिति थी ?

(iii). किस दिन सबसे कम शिक्षार्थी उपस्थित थे ?

(iv). बुधवार को कितने शिक्षार्थी उपस्थित थे ?

5. विभिन्न वर्षों में एक विद्यालय के शिक्षार्थियों की कुल संख्या निम्नलिखित सारणी द्वारा प्रदर्शित है :

वर्ष	2000	2002	2004	2006	2008
शिक्षार्थियों की संख्या	400	500	700	600	800

एक संकेत = 100 शिक्षार्थी लेकर एक चित्रारेख बनाइए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(i). वर्ष 2000 में कुल शिक्षार्थियों को कितने संकेत निरूपित कर रहे हैं ?

(ii). वर्ष 2006 में कुल शिक्षार्थियों के लिये कितने संकेत प्रयुक्त हुए ?

(iii). यदि एक संकेत = 50 शिक्षार्थी निरूपित करता हो, तो एक अन्य चित्रारेख बनाइए।

4.10 दंड आरेख

आँकड़ों को चित्रारेखों द्वारा निरूपित करने में समय अधिक लगता है और उसे बनाने में कठिनाई भी होती है। इसके अतिरिक्त आकर्षक चित्र भी बनाना कठिन कार्य है। अतः आँकड़ों को निरूपित करने के लिए कोई अन्य चित्रीय विधि प्रयोग कर सकते हैं। प्रतीक चित्रों के स्थान पर एक अन्य विधि में दण्डारेख का प्रयोग करते हैं। दण्डारेख में एक समान चौड़ाई के क्षैतिज या ऊर्ध्वाधर **दंड (bars)** खींचे जाते हैं, जिनके बीच की दूरी समान रखी जाती है। इस प्रकार खींचे गए प्रत्येक दंड की लम्बाई दी हुई संख्या (मान) को निरूपित करती है। आँकड़ों को प्रस्तुत करने का यह चित्रीय निरूपण दंड आरेख (**bar diagram**) या दंड आलेख (**bar graph**) कहलाता है।

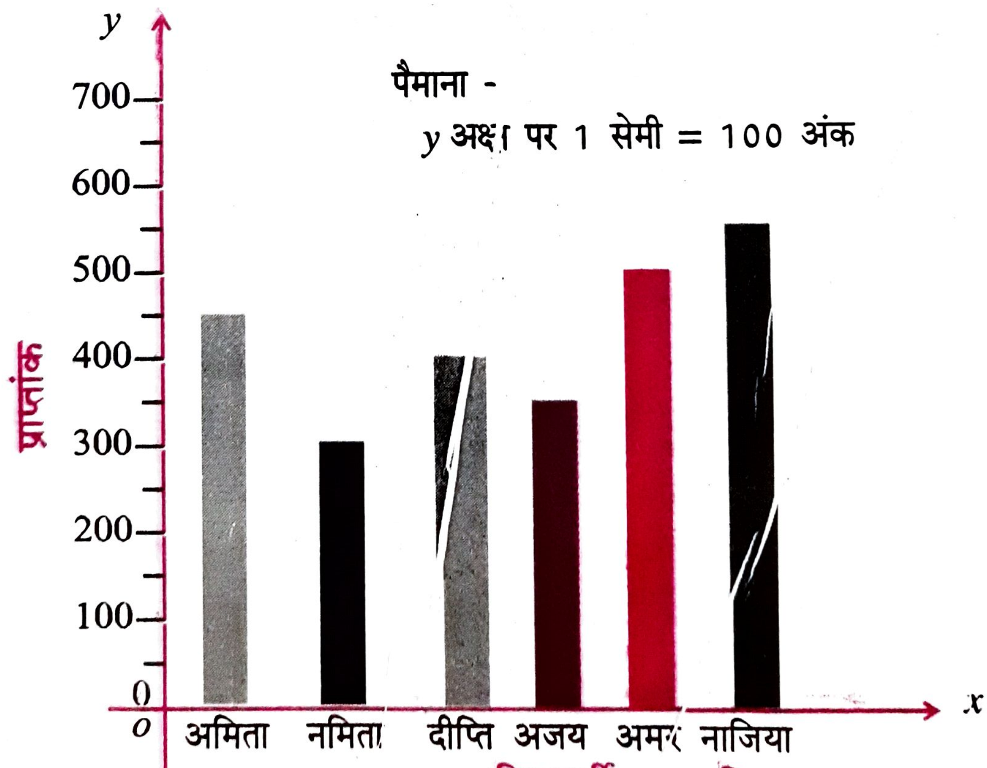
4.10.1 दण्ड आरेख को खींचना

आइए इसे एक उदाहरण के माध्यम से समझते हैं।

कक्षा 6 के छः विद्यार्थियों द्वारा पूर्णांक 600 में से प्राप्त किये गये कुल अंकों को दर्शाते हैं, इन्हें एक दण्ड आरेख द्वारा निरूपित कीजिए।

शिक्षार्थी	अमिता	नमिता	दीप्ति	अजय	अमर	नाजिया
प्राप्तांक	450	300	400	350	500	550

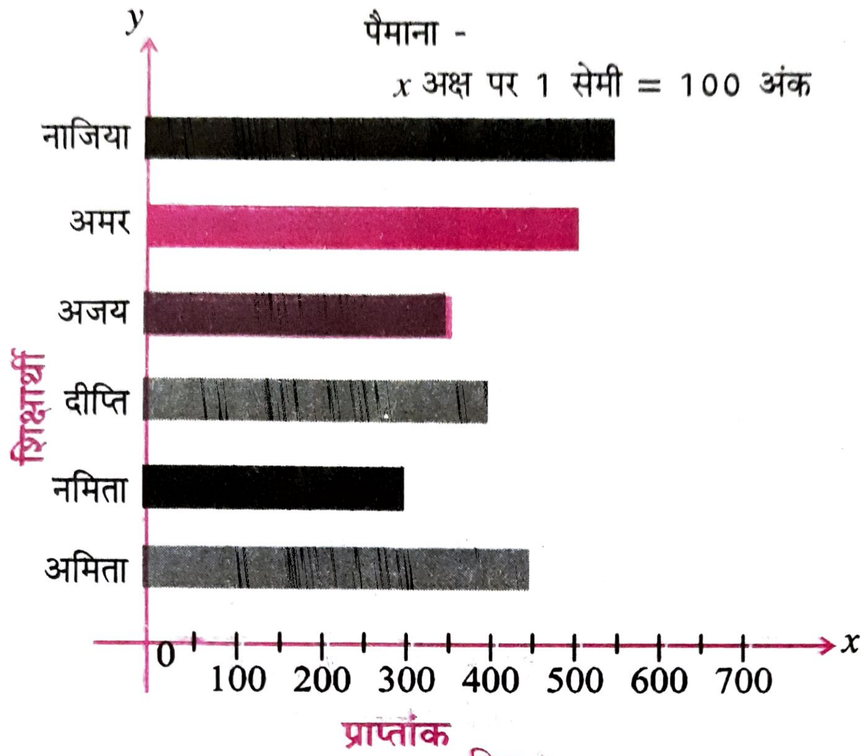
अभ्यास पुस्तिका पर समकोण पर काटती हुई एक क्षैतिज रेखा ox और एक ऊर्ध्वाधर रेखा oy खींचिए। रेखा ox पर शिक्षार्थियों के नाम अंकित कीजिए और ऊर्ध्वाधर रेखा oy पर प्राप्तांक को दर्शाते हैं। यदि हम 1 सेमी = 10 अंक निरूपित करें तो दण्ड आरेख अभ्यास पुस्तिका पर नहीं खींचा जा सकेगा। उपयुक्त पैमाने के लिए ऊर्ध्वाधर अक्ष पर 1 सेमी = 100 अंक निरूपित कर सकते हैं।



चित्र 5

ध्यान दीजिए कि आँकड़ों में शिक्षार्थियों को ऊर्ध्वाधर-अक्ष पर और प्राप्त अंकों को क्षैतिज दिशा में अंकित करके दंड क्षैतिज दिशा में खींचकर भी निरूपित किया जा सकता है। परन्तु सामान्यतः ऊर्ध्वाधर दण्ड अधिक पसन्द किए जाते हैं।

4.10.2 क्षैतिज दिशा में खींचा गया दंड आरेख



चित्र 6

इस प्रकार हमने देखा कि दण्ड आरेख, सांख्यिकीय आँकड़ों का एक आधार रेखा पर समान दूरी में बने बराबर चौड़ाई वाले क्षैतिज अथवा ऊर्ध्वाधर दण्डों द्वारा चित्रमय निरूपण है। प्रत्येक दण्ड की ऊँचाई या लम्बाई किसी उपयुक्त पैमाने पर केवल एक सांख्यिकीय आँकड़े का मान निरूपित करती है।

इन्हें कीजिए

कक्षा में छात्रों के साथ चर्चा कीजिए और किसी खेल, अनाज की पैदावार, साक्षरता दर के आँकड़े प्राप्त कीजिए। आँकड़ों से सारणियाँ बनाकर उन्हें दण्ड आरेखों द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

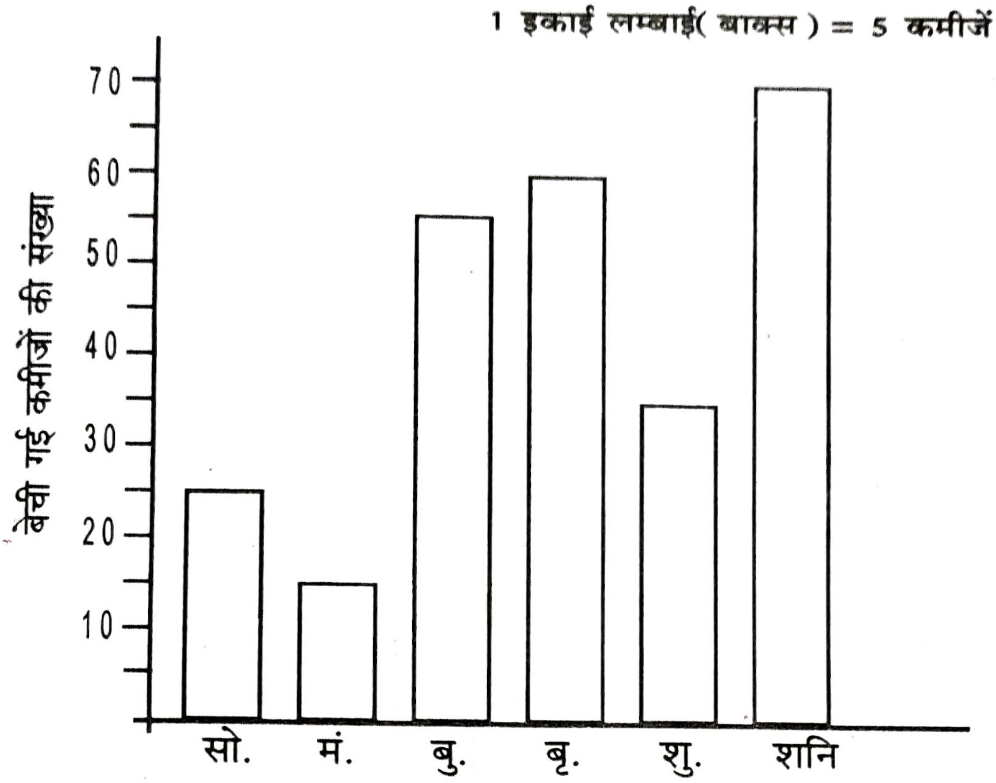
ध्यान दीजिए :

दंड आरेख खींचते समय निम्नलिखित नियमों को ध्यान में रखना चाहिए :

1. दंड आरेख की विषयवस्तु को ग्राफ के ऊपर एक शीर्षक के रूप में लिखना चाहिए।
2. ग्राफ में पैमाना अवश्य लिखना चाहिए। पैमाना ऐसा होना चाहिए जिससे आकार न तो बहुत बड़ा हो और न ही इतना छोटा कि चित्र की स्पष्टता नष्ट हो जाये।
3. सभी दंडों की चौड़ाई बराबर होनी चाहिए ।
4. दंडों के बीच की दूरी समान होनी चाहिए।
5. प्रत्येक दंड एक ही आधार पर होना चाहिए।

4.10.3 दंड आरेख की व्याख्या

आइए एक रेडीमेड कपड़ों की दुकान में सोमवार से शनिवार तक कमीज की बिक्री का अध्ययन करें। नीचे दिए दंड आरेख में कमीज की बिक्री दर्शाई गई है।



चित्र 7

अब निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दीजिए :

1. किस दिन अधिकतम कमीजें बेची गयीं ?
2. किस दिन न्यूनतम संख्या में कमीजें बेची गयीं ?
3. बृहस्पतिवार को कितनी कमीजें बेची गयीं ?

उत्तर :

1. शनिवार, 70 2. मंगलवार, 15 3. 60

जब आँकड़ों में संख्याएँ बड़ी हों, तो एक अलग पैमाने की आवश्यकता पड़ती है। उदाहरण के लिए भारत की जनसंख्या की स्थिति को लेते हैं। ये संख्या करोड़ों में है, अतः एक उपयुक्त पैमाना चुनना होगा जैसे कि 1 इकाई = 10 करोड़ जनसंख्या।

4. 10.4 दंड आरेखों को पढ़ना :

किसी दंड आरेख को पढ़ने के लिए कुछ बिन्दुओं पर पूरी सावधानी से विशेष ध्यान देना होगा। उदाहरण के लिए चित्र (4) के दंड आरेख को पढ़ने पर हम पाते हैं कि -

(i) दंड आरेख किसी सप्ताह में सोमवार से शनिवार तक कमीजों की बिक्री की संख्या दिखाता है।

(ii) दिन सोमवार से शनिवार एक क्षैतिज रेखा पर दिखाए गए हैं और एक उपयुक्त पैमाना मान कर कमीजों की बिक्री ऊर्ध्वाधर रेखा पर दिखाई गई है।

(iii) किसी दंड की ऊँचाई, उस दंड के संगत दिन में कमीजों की बिक्री की संख्या इंगित करती है।

4. 10.5 दंड आरेख का अर्थ बताना :

किसी दिए गए दंड आरेख का अर्थ बताने का तात्पर्य इससे निष्कर्ष निकालने से होता है। चित्र (4) के दंड आरेख से निम्नलिखित निष्कर्ष निकाले जा सकते हैं -

(i) दंड आरेख किसी सप्ताह में सोमवार से शनिवार तक बिक्री किये गये कमीज की संख्या को बताता है।

(ii) सबसे लंबा दंड अधिकतम बेची गई कमीजों की संख्या को दर्शाता है।

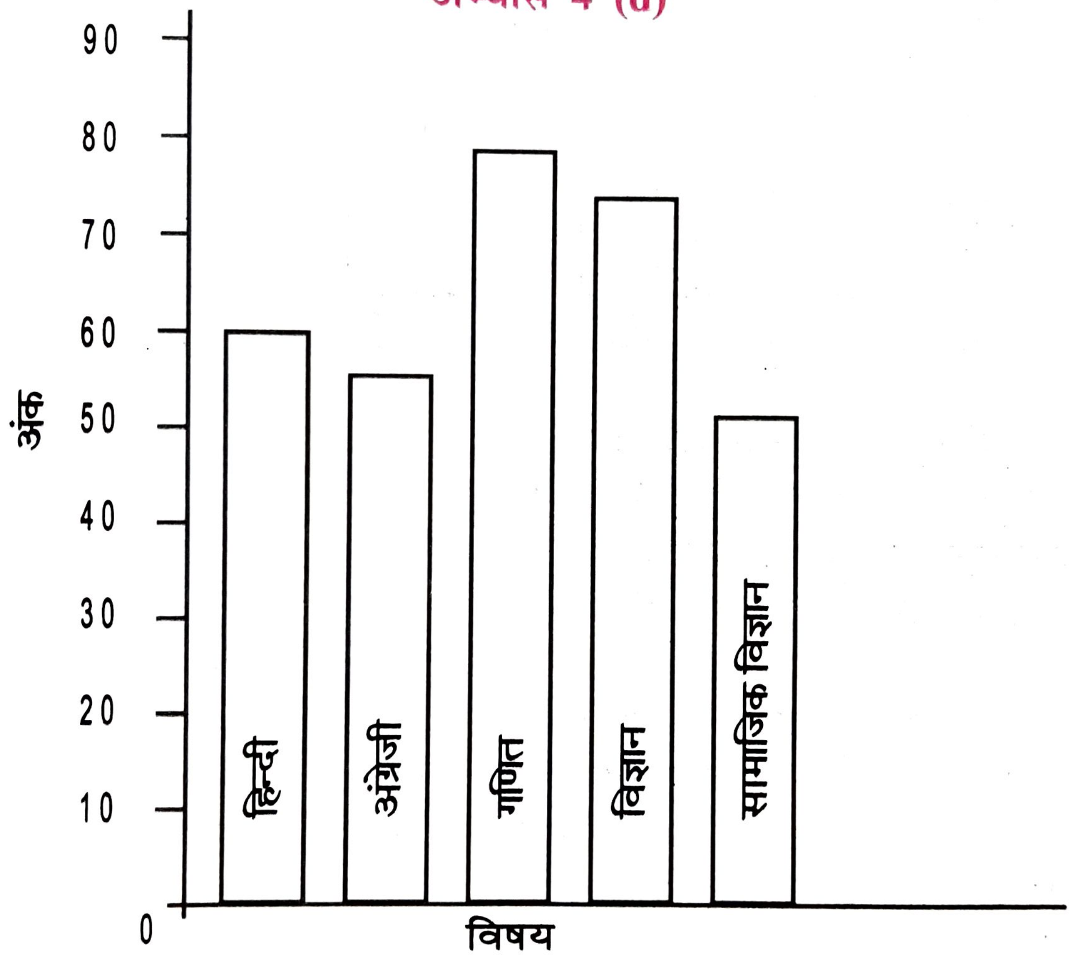
(iii) सबसे छोटा दंड संख्या 15 के संगत है।

(vi) किसी विशेष दिन बेची गई कमीजों की संख्या कितनी है ?

इस प्रकार दंड आरेख दिए गए आँकड़ों को सरलता से समझने में सहायक होते हैं और केवल आरेख देखकर ही निष्कर्ष निकाले जा सकते हैं ।

अभ्यास 4 (d)

1.



उपर्युक्त दंड आरेख को देखिए जो मोहित द्वारा वार्षिक परीक्षा में विभिन्न विषयों में प्राप्त किए गए अंकों को प्रदर्शित करता है।

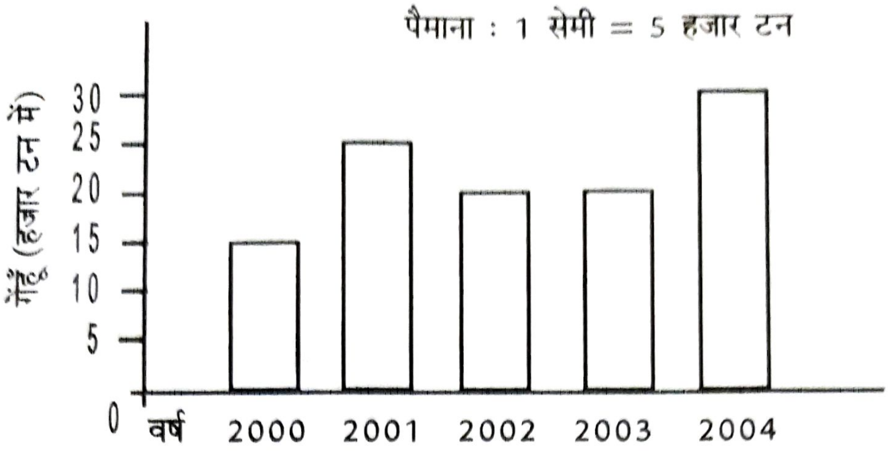
(i). यह दंड आरेख क्या सूचना प्रदर्शित करता है ?

(ii). किस विषय में मोहित ने अधिकतम अंक प्राप्त किए ?

(iii). किस विषय में न्यूनतम अंक प्राप्त किए ?

(iv). प्रत्येक विषय के नाम और उन विषयों में प्राप्त किए गए अंक भी लिखिए।

2. निम्नांकित आरेख वर्ष 2000-2004 में सरकार द्वारा खरीदे गए गेहूँ की मात्रा दर्शाता है।



उपर्युक्त दंड आरेख पर आधारित निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

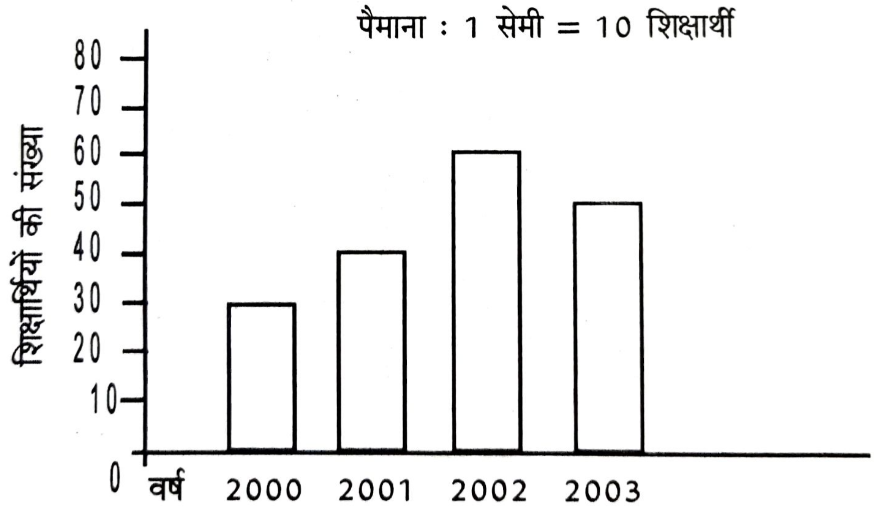
(i). इस आरेख का पैमाना क्या है ?

(ii). किस वर्ष में गेहूँ की अधिकतम मात्रा खरीदी गई और कितनी ?

(iii). किस वर्ष में गेहूँ की न्यूनतम मात्रा खरीदी गई ?

(iv). वर्ष 2002 में गेहूँ की कितनी मात्रा खरीदी गई ?

3. निम्नांकित दंड आरेख किसी आवासीय विद्यालय में प्रवेश पाने वाले शिक्षार्थियों की संख्या को दर्शाता है।



उपर्युक्त दण्ड आरेख के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i). वर्ष 2001 में शिक्षार्थियों की संख्या कितनी थी ?

(ii). वर्ष 2002 में शिक्षार्थियों की संख्या वर्ष 2001 के शिक्षार्थियों की संख्या से कितनी अधिक थी ?

(iii). अधिकतम शिक्षार्थियों की संख्या किस वर्ष में थी ?

4.10.6 ग्राफ (Graph) पेपर पर दण्ड आरेख खीचना -

अब हम ग्राफ पेपर का उपयोग कर दण्ड आरेख खींचना सीखेंगे। सुविधा और परिशुद्धता के लिए ग्राफ पेपर पर दण्ड आरेख खींचना अधिक उपयुक्त होता है।

ग्राफ पेपर पर दंड आरेख की रचना को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा समझ सकते हैं :

उदाहरण 6: एक बैंक द्वारा कुछ वर्षो में ऋण में दी गई धनराशि (करोड़ रुपयों में) निम्नलिखित सारणी में दी गई है। इस सूचना को प्रदर्शित करने वाला दंड आरेख खीचिंए।

वर्ष	2000	2001	2002	2003	2004
ऋण (करोड़ रुपयों में)	20	25	30	45	60

दण्ड आरेख की रचना निम्नलिखित चरणों में की जाएगी ।

चरण : 1 ग्राफ पेपर पर दो परस्पर लम्ब रेखाएँ खींच कर, क्षैतिज अक्ष और ऊर्ध्वाधर अक्ष नामांकित कीजिए ।

चरण : 2 क्षैतिज अक्ष पर 'वर्ष' दर्शाएँ और ऊर्ध्वाधर अक्ष पर संगत ऋण रुपयों (करोड़) में अंकित कीजिए।

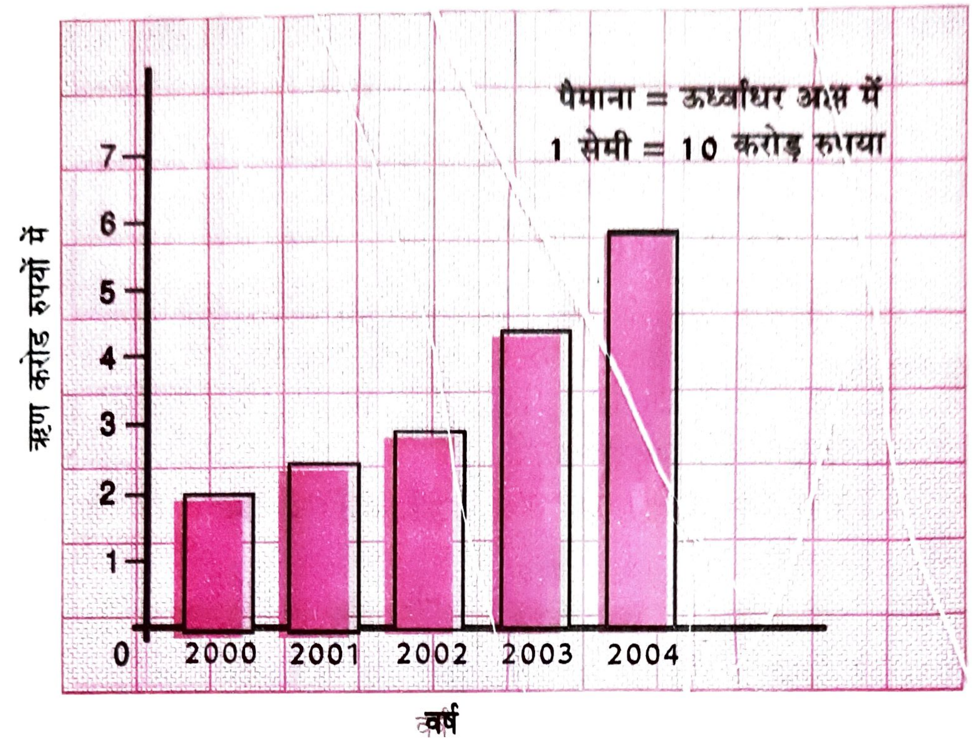
चरण : 3 दिए गए आँकड़ों के आधार पर, क्षैतिज अक्ष पर दंडों की एक समान चौड़ाई और उनके बीच समान दूरी निश्चित कर लीजिए ।

चरण : 4 दिए गये आँकड़ों के अनुसार ऊर्ध्वाधर अक्ष पर एक उपयुक्त पैमाना लीजिए । यहाँ पर ग्राफ पेपर पर एक सेमी = ₹ 10 करोड़

चरण : 5 अब दिए गये विभिन्न वर्षों के लिए दंडो की ऊँचाई का परिकलन इस प्रकार कीजिए :

वर्ष		दण्ड की ऊँचाई	
2000	:	$\frac{1}{10} \times 20$ करोड़	= 2 मात्रक
2001	:	$\frac{1}{10} \times 25$ करोड़	= 2.5 मात्रक
2002	:	$\frac{1}{10} \times 30$ करोड़	= 3.0 मात्रक
2003	:	$\frac{1}{10} \times 45$ करोड़	= 4.5 मात्रक
2004	:	$\frac{1}{10} \times 60$ करोड़	= 6.0 मात्रक

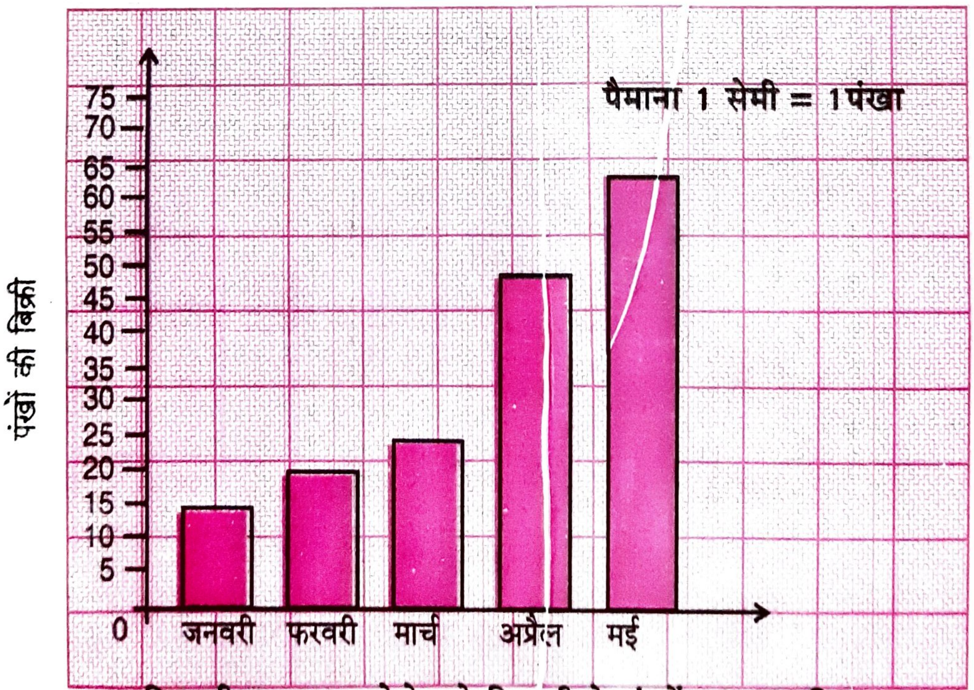
चरण : 6 अब अग्रांकित आकृति के अनुसार क्षैतिज अक्ष पर बराबर दूरी छोड़ते हुए बराबर चौड़ाई के पाँच दंड बनाइए । चरण 5 में दंडों की ऊँचाइयाँ निकाली गई हैं । प्रत्येक दंड क्षैतिज अक्ष पर चिह्नित संगत वर्ष के ऊपर होना चाहिए ।



बैंक द्वारा ऋण दी गई धनराशि का दण्ड चित्र

चित्र 8

निम्नांकित दंड आरेख को देखिए :



रश्मि की दुकान पर बेचे गये बिजली के पंखों का दण्ड चित्र

चित्र 9

उपर्युक्त चित्र में रश्मि की दुकान पर माह जनवरी से मई तक पाँच माह में बेचे गये बिजली के पंखों की संख्या प्रदर्शित की गई है। इन दंड चित्रों को देखकर हम निम्नलिखित निष्कर्ष निकालते हैं -

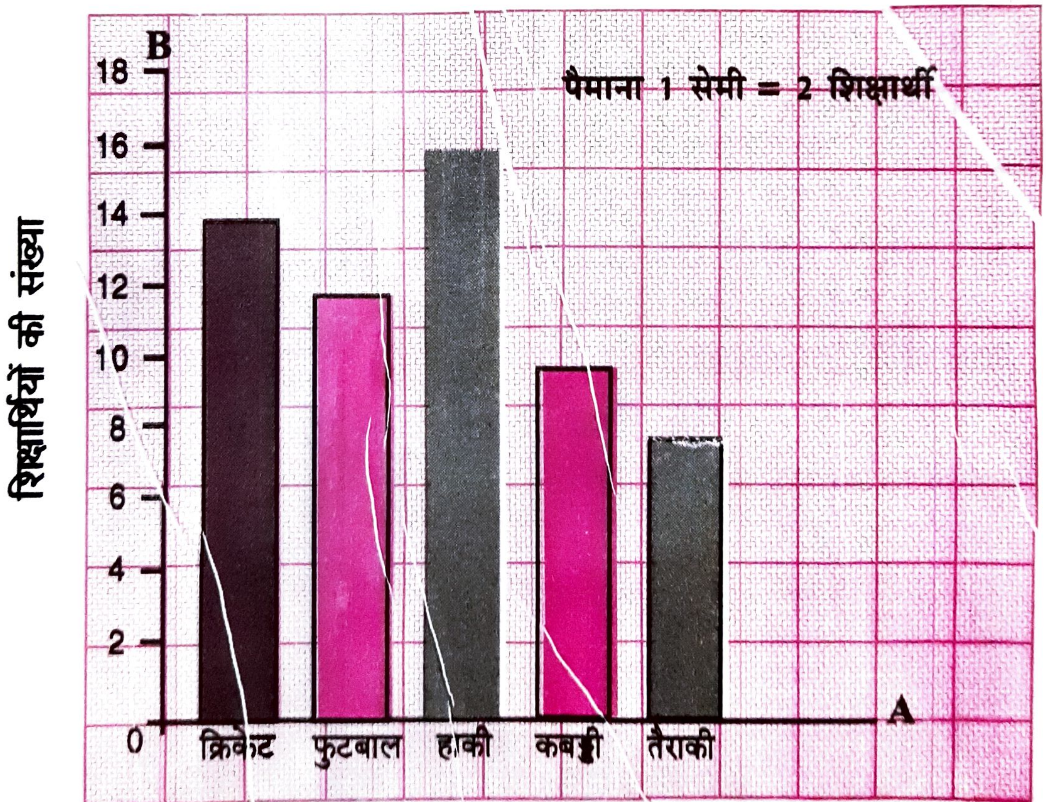
- दंड चित्रों में माह क्षैतिज अक्षपर तथा बेचे गये पंखों की संख्या, ऊर्ध्वाधर अक्ष पर प्रदर्शित की गई है।
- ध्यान दें, पड़ी रेखा क्षैतिज अक्ष और खड़ी रेखा ऊर्ध्वाधर अक्ष होती है ।
- माह जनवरी से मई तक प्रत्येक माह पंखों की बिक्री बढ़ती गयी है ।
- माह जनवरी में सबसे कम 15 पंखों की बिक्री हुई ।
- माह मई में सबसे अधिक 65 पंखों की बिक्री हुई ।
- पाँच माह में कुल 175 पंखे बिके।
- सर्दी के महीनों में पंखों की बिक्री कम तथा गर्मी में अधिक होती है ।

हम देखते हैं कि जब आँकड़े दंड चित्रों के माध्यम से प्रदर्शित किये जाते हैं तो उन्हें समझना आसान होता है तथा उनका प्रभाव भी स्थायी रहता है ।

उदाहरण 7: किसी विद्यालय के 60 शिक्षार्थियों के प्रिय खेलों का विवरण निम्नवत् है :

खेल	क्रिकेट	फुटबाल	हॉकी	कबड्डी	तैराकी
शिक्षार्थियों की संख्या	14	12	16	10	8

उपर्युक्त आँकड़ों को दंड चित्रों द्वारा प्रदर्शित कीजिए ।



विद्यालय के शिक्षार्थियों के प्रिय खेलों का दण्ड चित्रों द्वारा प्रदर्शन

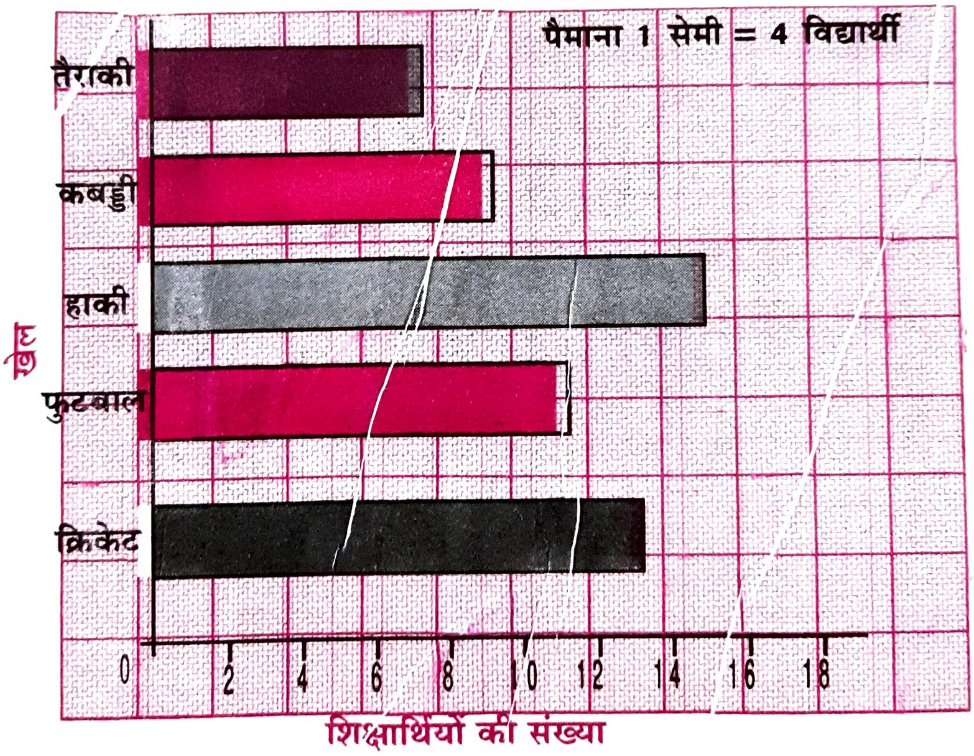
चित्र 10

ग्राफ पेपर पर दंड चित्र बनाने के सोपान :

1. एक वर्गांकित कागज अथवा सादा कागज लीजिए । कागज पर चित्र (10) की भाँति OA और OB दो रेखाएँ खींचिए, जो एक दूसरे पर लम्ब हों । OA क्षैतिज तथा OB ऊर्ध्वाधर अक्ष हैं।
2. क्षैतिज अक्ष पर खेल तथा उर्ध्वाधर अक्ष पर शिक्षार्थियों की संख्या लीजिए।
3. क्षैतिज अक्ष पर समान मोटाई या चौड़ाई की सुविधानुसार समान दूरी पर दण्ड खींचिए । यहाँ पर यह ध्यान रखना होगा कि कागज पर सुलभ क्षेत्र का आँकड़ों के सन्दर्भ में समुचित उपयोग हो ।
4. उर्ध्वाधर अक्ष पर कोई पैमाना 1 सेमी = 2 शिक्षार्थी मान लीजिए। अब इस अक्ष पर एक-एक सेमी की दूरी पर चिह्न लगाकर संख्याएँ 2, 4, 6, 8 ... आदि लिखिए । यदि कागज सादा हो तो सुविधा के लिए OB अक्ष से एक-एक सेमी की दूरी पर OA के समान्तर हल्की बिन्दुदार रेखाएँ खींचिए ।
5. अब क्षैतिज अक्ष पर शिक्षार्थियों की संख्या को देखते हुए खेले जाने वाले खेलों के ऊपर दंड बनाइए । यहाँ दंड या आयताकार पट्टियों की चौड़ाई 5 मिमी या अधिक रखिए ।
6. पट्टियों को आकर्षक बनाने के लिए रंग दीजिए ।

दंड चित्रों को ऊर्ध्वाधर व क्षैतिज दोनों प्रकार से बनाया जा सकता है । इससे आँकड़ों के स्वरूप अथवा निष्कर्ष पर कोई विपरीत प्रभाव नहीं पड़ता है ।

उपर्युक्त आँकड़ों को निम्नलिखित ढंग से भी प्रदर्शित किया जा सकता है :



चित्र 11

निर्देश :

1. दण्ड चित्रों को अधिक आकर्षक बनाने के लिए आँकड़ों को आरोही अथवा अवरोही क्रम में रखकर भी दण्ड चित्र बना सकते हैं ।

2. क्षैतिज व ऊर्ध्वाधर अक्ष पर माना गया पैमाना उपलब्ध कागज के आकार पर निर्भर करता है ।

3. सुविधानुसार पैमाना छोटा या बड़ा माना जा सकता है।

4. आयताकार पट्टियों (दंडों) की चौड़ाई या मोटाई सुविधानुसार कम या अधिक रखी जा सकती है ।

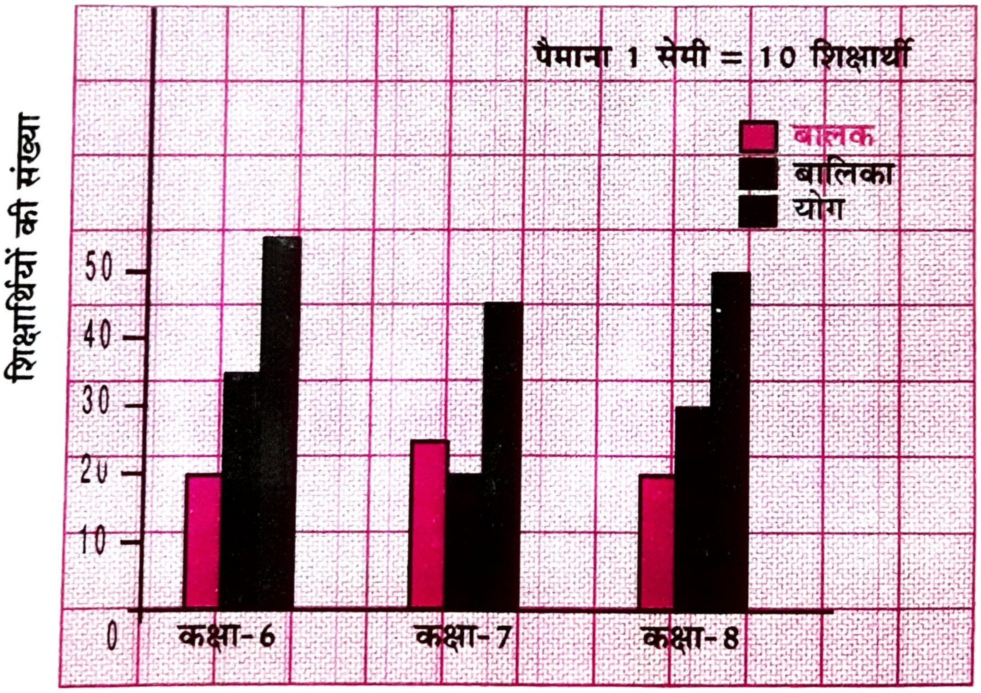
4.11 मिश्रित दंड आरेख :

अभी तक हमने दंड चित्रों में केवल एक गुण वाले आँकड़ों को प्रदर्शित किया है । जैसे एक गुण दंड चित्रों के माध्यम से कक्षा के सभी शिक्षार्थियों की संख्याओं को प्रदर्शित किया जा सकता है किन्तु यदि इस कक्षा के शिक्षार्थियों में बालक, बालिकाओं तथा उनके योग को अलग-अलग प्रदर्शित करना हो, तो इसे बहुगुण दंड चित्रों अथवा मिश्रित दंडों द्वारा प्रदर्शित करते हैं ।

किसी जूनियर हाई स्कूल में शिक्षार्थियों की संख्या निम्नवत् दी गई है :

	कक्षा-6	कक्षा-7	कक्षा-8
बालक	20	25	20
बालिका	35	20	30
योग	55	45	50

आँकड़ों का मिश्रित दंडचित्रों द्वारा प्रदर्शन :



चित्र 12

उपर्युक्त चित्र को देखकर निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दीजिए :

(i). दंडों द्वारा क्या प्रदर्शित किया गया हैं?

(ii). बालिकाओं की संख्या के लिए कक्षा 7 में दंड की ऊँचाई कितनी है?

(iii). किस कक्षा में शिक्षार्थी सबसे कम हैं?

(iv) किसी दंड की ऊँचाई यदि 5 सेमी ऊँचाई के बराबर हो तो उस कक्षा के शिक्षार्थियों की संख्या कितनी होगी ?

हलः (i). दंडों द्वारा कक्षा 6, 7 और 8 के बालक, बालिकाओं तथा उनके योग की संख्या पृथक-पृथक प्रदर्शित की गई है ।

(ii). दंड की ऊँचाई 2 सेमी ऊँचाई के बराबर है ।

(iii). कक्षा 7 में सबसे कम शिक्षार्थी हैं ।

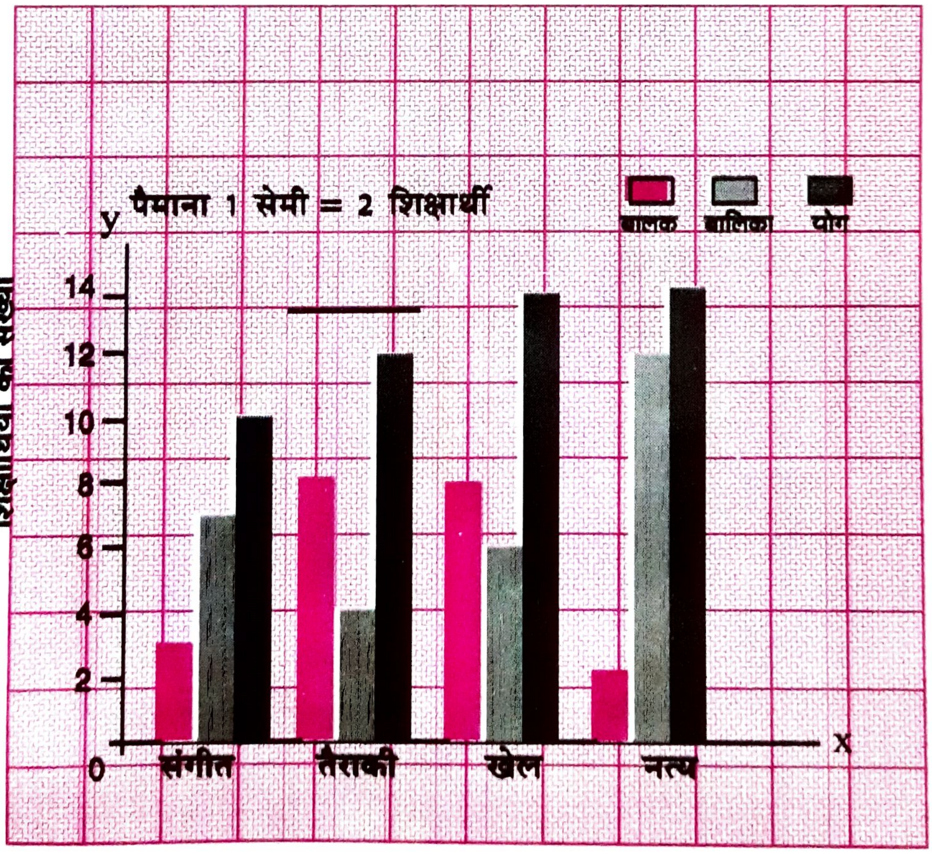
(iv). शिक्षार्थियों की संख्या 50 है ।

उदाहरण 8 : कक्षा 6 के 50 शिक्षार्थियों के विभिन्न विषयों की पसन्द का विवरण निम्नवत् दर्शाया गया है :

विषय	शिक्षार्थियों की संख्या		
	बालक	बालिका	योग
संगीत	3	7	10
तैराकी	8	4	12
खेल	8	6	14
नृत्य	2	12	14

आँकड़ों को मिश्रित दंड चित्रों द्वारा प्रदर्शित कीजिए ।

हल :



चित्र 13

दंड चित्र बनाने हेतु सोपान :

(i). एक वर्गांकित कागज लीजिए ।

(ii). वर्गांकित कागज पर मूल बिन्दु O से परस्पर लम्ब X-अक्ष तथा Y- अक्ष खींचिए ।

(iii). X- अक्ष पर पसन्द के विषय तथा Y- अक्ष पर शिक्षार्थियों की संख्या को प्रदर्शित कीजिए ।

(iv). X- अक्ष पर किसी उपयुक्त दूरी के अन्तर पर विषयों के नाम लिखिए ।

(v). Y-अक्ष पर भी कोई उपयुक्त पैमाना यथा 1 सेमी = 2 शिक्षार्थी लेकर शिक्षार्थियों की संख्या लिखिए।

(vi). X-अक्ष पर विषयों के ऊपर Y-अक्ष की संगत शिक्षार्थी संख्या के अनुसार निश्चित ऊँचाई के दंड बालक, बालिकाओं तथा योग के लिए बनाइए । दंड एक दूसरे से सटे हों तथा समान चौड़ाई के हों।

प्रयास कीजिए :

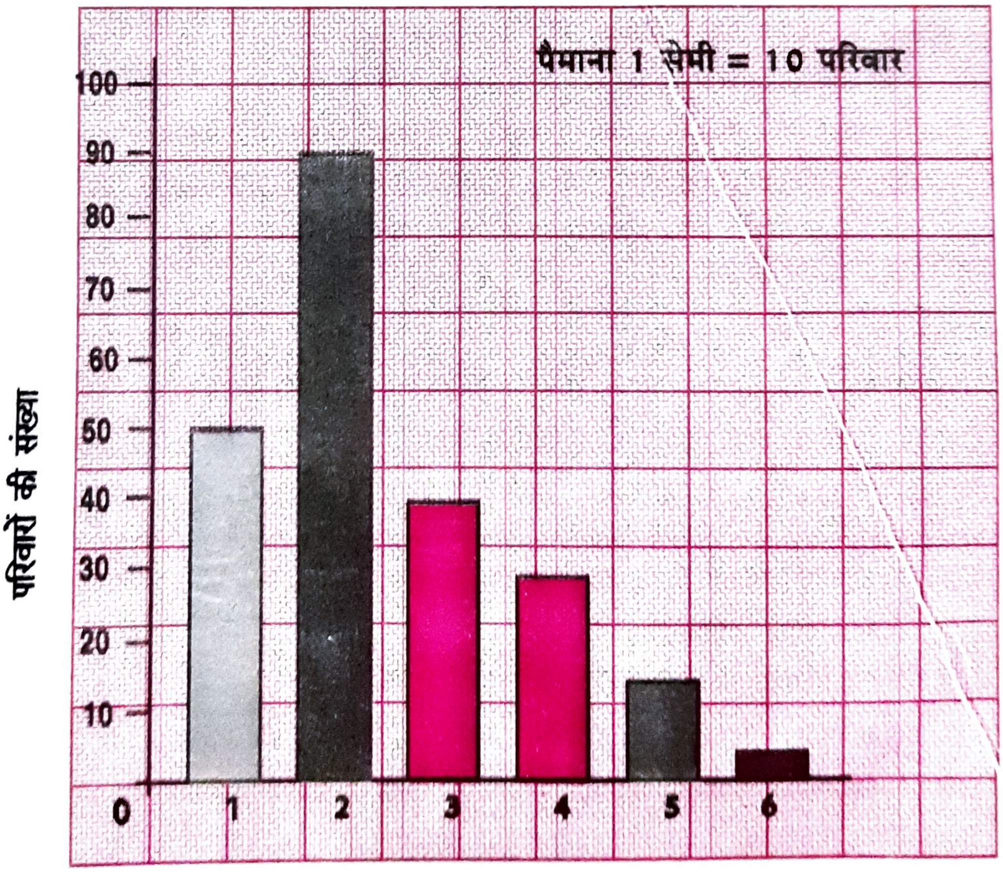
किसी विद्यालय में वर्ष 1961 से 2001 तक की दशकवार प्रवेश दर लगभग निम्नवत् है :

वर्ष	1961	1971	1981	1991	2001
प्रवेश दर	20	30	35	40	45

आँकड़ों का दंड चित्रों द्वारा प्रदर्शन कीजिए ।

अभ्यास 4(e)

1. दंड चित्रों को देख कर नीचे दिये गये प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।



किसी क्षेत्र के परिवारों व उनके बच्चों की संख्या के दंड चित्र

बताइए :

(i) दंड चित्रों से क्या सूचना प्राप्त हो रही है ?

(ii) कितने परिवारों में केवल एक बच्चा है ?

(iii) दो बच्चों वाले कितने परिवार हैं ?

(iv) कितने परिवारों में तीन से कम बच्चे हैं

(v) तीन से अधिक बच्चें वाले परिवारों की संख्या कितनी है ?

(vi) सबसे अधिक बच्चों वाले कितने परिवार हैं ?

2. वर्ष 2002 से 2006 के बीच एक फैक्टरी द्वारा निर्मित स्कूटियों की संख्या निम्नलिखित सारणी द्वारा दर्शाई गयी है :

वर्ष	2002	2003	2004	2005	2006
स्कूटियों की संख्या	800	600	900	1100	1200

इन आँकड़ों को एक दंड आरेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए और निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(i). किस वर्ष में सबसे अधिक स्कूटियाँ निर्मित की गयीं ?

(ii). किस वर्ष में न्यूनतम स्कूटियाँ निर्मित की गयीं ?

3. नीचे दी गई अंक तालिका के प्राप्तांकों की टैली चिह्न की सहायता से बारम्बारता ज्ञात कीजिए ।

7, 9, 8, 5, 5, 6, 9, 4, 10, 8, 7, 4, 3, 5, 6, 6, 6, 8, 10, 3, 3, 4, 5, 7, 7, 8, 8, 6, 6, 7.

1	2	3	4
क्रम संख्या	प्राप्तांक	टैली चिह्न	बारम्बारता
1	7	$\bcancel{||||}$	5
2	9	||	2
3			
4			
5			
6			
7			
8			

4. अजय के विभिन्न विषयों के प्राप्तांकों का प्रतिशत निम्नवत् है :

हिन्दी	अंग्रेजी	गणित	विज्ञान	सामाजिक विज्ञान
35	35	60	40	70

उपर्युक्त आँकड़ों को दण्ड चित्र द्वारा निरूपित कीजिए ।

इस इकाई में हमने सीखा

1. किसी निश्चित उद्देश्य से एकत्र किए गए संख्याओं के संग्रह को **आँकड़े कहते हैं** ।

   (i)आँकड़े परिवर्तनशील होते हैं ।

   (ii)सजातीय आँकड़े होने पर ही तुलना करके निष्कर्ष निकाला जा सकता है ।

   (iii)आँकड़े समूह में एकत्र किये जाते है ।

   (iv)आँकड़े सदैव संख्यात्मक राशि में होते हैं ।

2. आँकड़े मूल रूप में अव्यवस्थित होते हैं, इन्हें अपरिष्कृत आँकड़े अथवा **कच्चे आँकड़े कहते हैं।**

3. आँकड़ों का संग्रह दो प्रकार से किया जाता है:

   (i) प्राथमिक स्रोतों से (ii) द्वितीयक स्रोतों से

4. अपरिष्कृत आँकड़ों को व्यवस्थित करने के लिए दो विधियों का प्रयोग किया जाता है :

   (i) आँकड़ों को आरोही या अवरोही क्रम में लिखते हैं,

   (ii) आँकड़ों का वर्गीकरण करते हैं।

5. आँकड़ों का वर्गीकरण गुणों के आधार पर अथवा वर्ग-अन्तराल के आधार पर करते हैं।

6. आरोही क्रम में पहले सबसे छोटी संख्या लिखते हैं फिर क्रम से बराबर या बड़ी संख्या लिखते जाते हैं । इसके विपरीत अवरोही क्रम में पहले सबसे बड़ी संख्या फिर इसके बराबर या उससे छोटी संख्या लिखी जाती है ।

7. प्राप्त आँकड़ों से कुछ विशेष सूचना तुरन्त प्राप्त करने के लिए, उन्हें मिलान चिह्नों का प्रयोग करके सारणियों के रूप में प्रस्तुत किया जा सकता है।

8. चित्रारेख आँकड़ों को चित्रों के रूप में निरूपित करता है। इनकी व्याख्या करके विभिन्न प्रश्नों के उत्तर प्राप्त किये जाते हैं।

9. आँकड़ों को दंड आरेख द्वारा भी निरूपित किया जाता है। एक दण्ड आरेख में समान दूरी पर समान चौड़ाई के दंड क्षैतिज या उर्ध्वाधर खींचे जाते हैं, प्रत्येक दंड की लम्बाई वांछित सूचना दर्शाती है । दंड आरेख के लिए आँकड़ों की संख्या की दृष्टि से पैमाना लेना चाहिए।

उत्तरमाला

अभ्यास 4 (a)

1. 2, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 9; **2.** 2, 4, 6, 8, 9, 12, 22, 23, 24, 25, 29, 32, 37, 42, 44; **3.** 75, 74, 73, 67, 62, 61, 57, 55, 42, 33; **4.** 25, 24, 21, 19, 17, 16, 16, 15, 12, 12, 12, 11, 11, 9, 9, 8, 8, 8, 7, 3.; 7 व्यक्तियों ने 10 दिनों से कम कार्य किये।

अभ्यास 4 (b)

1.

क्रम संख्या	संख्या	टैली चिह्न	बारम्बारता
1	5	|||	3
2	6	||	2
3	8	|||	3
4	9	|	1
5	11	|||	3
6	13	||	2
7	14	|	1

2. I

संख्या	2	3	4	5
बारम्बारता	3	3	3	5
टेली चिह्न	|||	|||	|||	卌

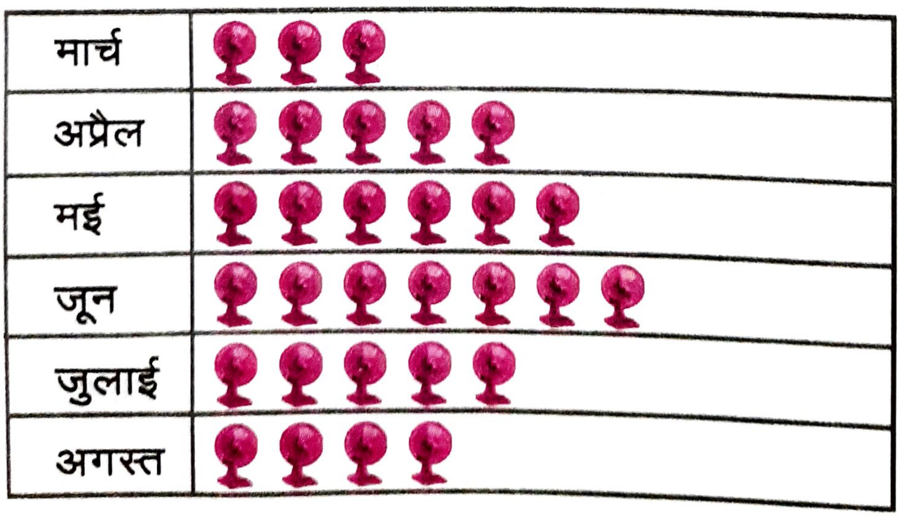
2. II

संख्या	12	13	14	15	16
बारम्बारता	2	2	1	4	3
टैली चिह्न	||	||	|	||||	|||

अभ्यास 4 (c)

1.

= 10 पंखे



2 (i) रविवार (ii) 8 (iii) 44 (iv) 1800रुपये (v) बुधवार और शनिवार, 4 घड़ियाँ ।

3. = 20 शिक्षार्थी

फुटबाल	
हाकी	
क्रिकेट	
कबड्डी	
शतरंज	

4. (i) 35 (ii) सोमवार, मंगलवार, शुक्रवार (iii) शनिवार (iv) 25

5. = 100 शिक्षार्थी

वर्ष	शिक्षार्थी
2000	
2002	
2004	
2006	
2008	

(i) 4 (ii) 6

(iii)

= 50 शिक्षार्थी

वर्ष	शिक्षार्थी
2000	
2002	
2004	
2006	
2008	

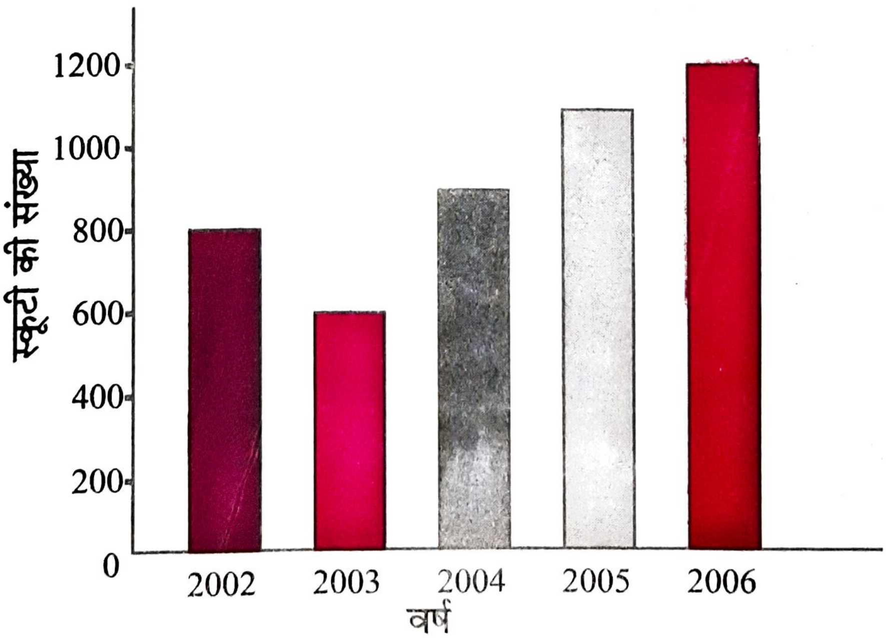
अभ्यास 4 (d)

1. (i) विषयों में प्राप्त अंक (ii) गणित (iii) सामाजिक विज्ञान (iv) हिन्दी 60, अंग्रेजी 55, गणित 80, विज्ञान 75, सामाजिक विज्ञान 50 **2.** (i) 1 सेमी = 5 हजार टन (ii) वर्ष 2004, 30000 टन, (iii) वर्ष 2000 में (iv) 20 हजार टन **3.** (i) 40, (ii) 20, (iii) वर्ष 2002 में

अभ्यास 4 (e)

1. (i) परिवार व उनके बच्चों की संख्या, (ii) 50, (iii) 90, (iv) 140, (v) 50, (vi) 5

2.



(i) 2006 (ii) 2003

3.

1 क्रम	2 प्राप्तांक	3 टैली चिह्न	4 बारम्बारता
1	7	~~IIII~~	5
2	9	II	2
3	8	~~IIII~~	5
4	5	IIII	4
5	6	~~IIII~~ I	6
6	4	III	3
7	10	II	2
8	3	III	3

4.