



- ❖ पर्यावरण का निरीक्षण करके सममित वस्तुओं की पहचान करना
- ❖ एक तलीय (2-D) ज्यामितीय आकृतियों का निरीक्षण करके सममितता की रेखा खिंचवाना तथा परावर्तित सममितता का बोध

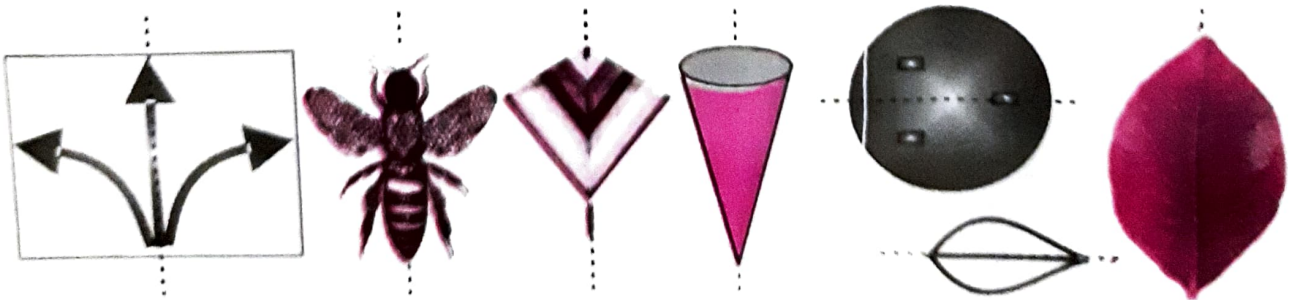
15.1 भूमिका :

आप अपने आस-पास की बहुत सी वस्तुओं एवं प्रकृति के जीवों को प्रतिदिन देखते हैं। आप स्वयं अपने शारीरिक संरचना को देखें, सामने सिर के ऊपर से आँखों के मध्य तथा नाक के बीच से नीचे पैर तक एक रेखा खींचे तो देखते हैं कि रेखा के एक तरफ की आकृति, दूसरे तरफ की आकृति के समान होती है। इसी प्रकार की विशेषता सामान्यतः सभी जीवों में पाई जाती है। आप आम, पीपल, केला, अशोक आदि वनस्पतियों की पत्तियों को प्रतिदिन देखते हैं। इन पत्तियों के बीच में एक मोटी मजबूत रीढ़ होती है, इसके दोनों तरफ के भाग समान होते हैं।

इन आकृतियों को बीच की रीढ़ के सापेक्ष सममित आकृतियाँ कहते हैं। रीढ़ को ही सममिति अक्ष कहते हैं।

इन आकृतियों को ध्यान से देखें, प्रत्येक आकृति में बीच में खींची गई रेखा के सापेक्ष मोड़ा जाय तो एक भाग दूसरे भाग को पूर्णतया ढँक लेता है अथवा मोड़ रेखा पर एक समतल दर्पण रखें तो आकृति के एक भाग का प्रतिबिम्ब दूसरे भाग को पूरी तरह ढँक लेता है। ऐसी आकृतियों को सममित (Symmetric) आकृतियाँ कहते हैं। मोड़ या रेखा को सममिति रेखा, सममिति अक्ष या दर्पण रेखा कहते हैं। सममिति अक्षों की संख्या के आधार पर हम सममित वस्तुओं को दो वर्गों में बाँट सकते हैं।

1. एक सममिति अक्षीय आकृतियाँ



प्रयास कीजिए

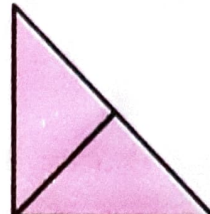
अपनी अभ्यास पुस्तिका पर चार चित्र खींचिए और सममित अक्ष को दर्शाइए। चित्र में सममित अक्ष बिन्दुदार रेखा द्वारा दर्शाये गये हैं। इनमें से किस में और सममित अक्ष खींचे जा सकते हैं? दर्शाइए।



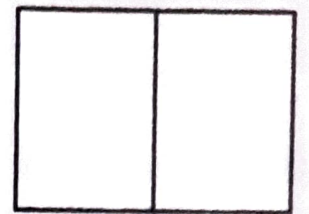
समद्विबाहु त्रिभुज



वर्ग



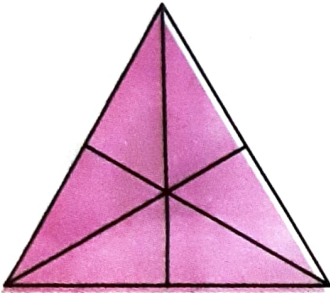
समद्विबाहु
समकोण त्रिभुज



आयत

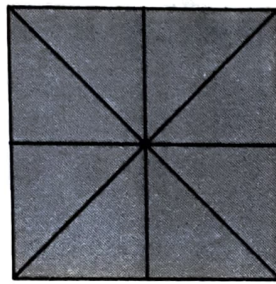
2. अनेक सममिति अक्षीय आकृतियाँ

आकृति 1



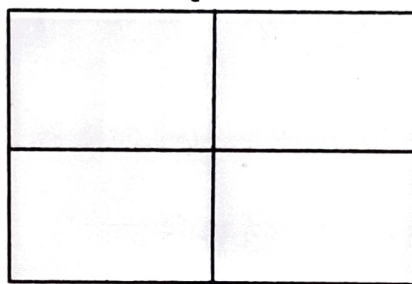
समबाहु त्रिभुज

आकृति 2



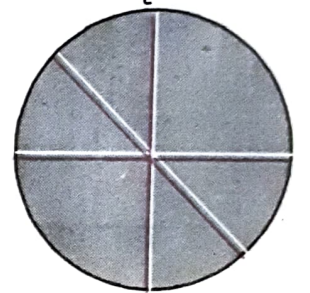
वर्ग

आकृति 3



आयत

आकृति 4



वृत्त

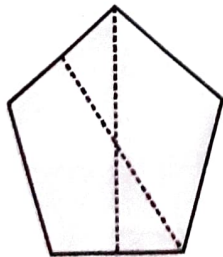
इन्हें समझें :

दो या दो से अधिक सममिति अक्ष वाली आकृतियों को देखे।

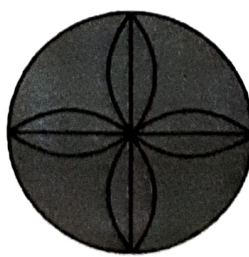
प्रयास कीजिए

दी हुई आकृतियों में सममित रेखाएं गिन कर बताइये। क्या इनमें परावर्तन सममितता का बोध होता है ?

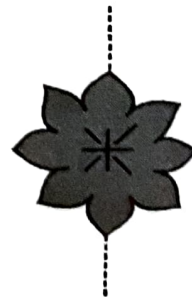
निम्नांकित आकृतियों को देखिए :



आकृति 1



आकृति 2



आकृति 3

आकृति -1 में दो सममित अक्ष खींचे गये हैं। इस आकृति में कितने और सममित अक्ष खींचे जा सकते हैं ? अपनी अभ्यास पुस्तिका पर आकृति -1 की तरह एक समपंचभुज अनुरेख (ट्रेस) करके बनाइए और उसके सभी सममित अक्ष खींचिए। इसी प्रकार आकृति-2 एवं आकृति-3 की तरह अपनी अभ्यास पुस्तिका पर आकृतियाँ बनाइए और उनके कुछ सम्भव सममित अक्ष खींचिए।

ध्यान दीजिए :

सभी समभुज वाली आकृतियों में उतने ही सममित अक्ष खींचे जा सकते हैं जितनी उनकी भुजाएँ होती हैं। इसे आप स्वयं जाँच कर देखिए।

निम्नांकित आकृतियों और अक्षरों को देखिये तथा इनमें से सममिति आकृतियों को पहचानिए। सममिति आकृतियों को अपनी अभ्यास पुस्तिका पर बनाकर उनकी सममित रेखाएँ खींचिए।



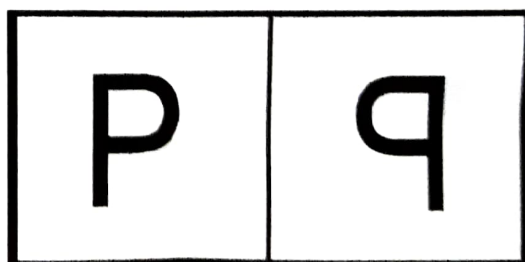
सोचिए एवं चर्चा कीजिए :

- क्या पायजामे के दोनों भागों में सममितता है ?
- ताश के पत्तों पर दी गई डिजाइन में सममितता है ?
- किसी भी द्विबीज पत्री बीजों जैसे सेम, चना, बादाम, काजू आदि के दोनों पत्रों में सममितता है ?
- स्वयं के बीच से एक काल्पनिक रेखा (सममित रेखा) खींचिए। क्या आपके दोनों भागों में सममितता है ?



15.2 प्रतिबिम्ब और सममितता :

किसी वस्तु के दर्पण के सामने रख कर दर्पण में बने प्रतिबिम्ब का अवलोकन करें। आप क्या देखते हैं ? क्या वस्तु और प्रतिबिम्ब में सममितता है ? सममित रेखाएँ कहाँ पर हैं ?



ध्यान दीजिए :

जब वस्तु का प्रतिबिम्ब दर्पण में बनता है तो प्रतिबिम्ब का आकार और उसके कोणों में कोई परिवर्तन नहीं होता है। अर्थात् वस्तु और प्रतिबिम्ब के आकार और कोण में समानता होने से वस्तु तथा उसके प्रतिबिम्ब को मिलाकर आकृति दर्पण के सापेक्ष सममित होती है।

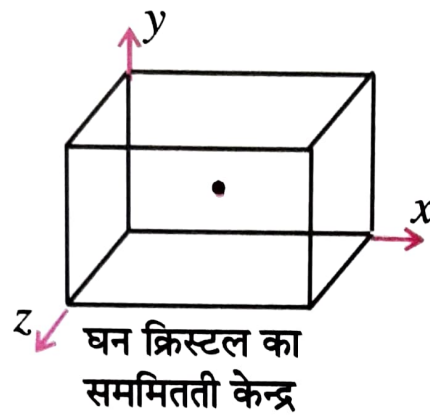
15.3 सममितता त्रिविमीय (3D) आकृतियों में

आपने 2डी आकृतियों में सममितता को देखा, आइए अब 3डी आकृतियों में सममितता को देखें। इसके लिए त्रिविमीय आकृतियों में भी सममितता केन्द्र, सममितता तल, सममितता अक्ष कि जानकारी होना आवश्यक है।

सममितता केन्द्र

किसी क्रिस्टल या ठोस आकृति में स्थित वह काल्पनिक बिन्दु जिससे गुजरने वाली रेखा, क्रिस्टल के किसी भी तरफ पृष्ठ को समान दूरी पर काटती है, वह काल्पनिक बिन्दु सममितता केन्द्र कहलाता है।

अर्थात् किसी क्रिस्टल में स्थित वह बिन्दु जिससे सभी तरफ क्रिस्टल के पृष्ठ की दूरी बराबर हो, उस बिन्दु को सममितता केन्द्र कहा जाता है।



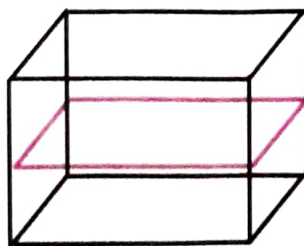
चित्र में सममितता केन्द्र को बिन्दु से दर्शाया गया है।

सममितता केन्द्र इसके केन्द्र में स्थित होता है। याद रखे की किसी भी क्रिस्टल का सममितता केन्द्र या तो एक होगा या नहीं। एक से अधिक सममितता केन्द्र सम्भव नहीं है।

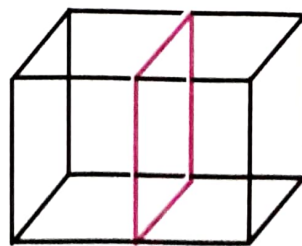
सममितता तल

वह काल्पनिक तल जो क्रिस्टल के केन्द्र से गुजरता है और क्रिस्टल को दो समान भागों में बाँटता है। ऐसे तल को सममितता तल कहते हैं।

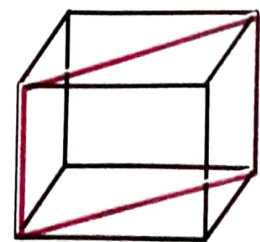
अर्थात् किसी क्रिस्टल से गुजरने वाला वह काल्पनिक तल जो क्रिस्टल को दो बराबर या समान भागों में बाँट देता है। अर्थात् पहला भाग दूसरे भाग का प्रतिबिम्ब प्राप्त होता है। उस तल को सममितता तल कहते हैं।



क्षैतिज



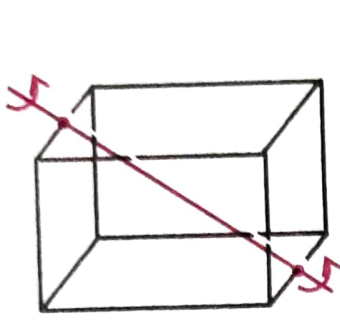
उर्ध्वाधर



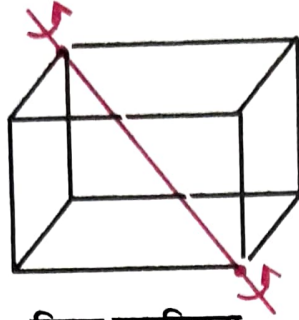
विकर्ण

सममितता

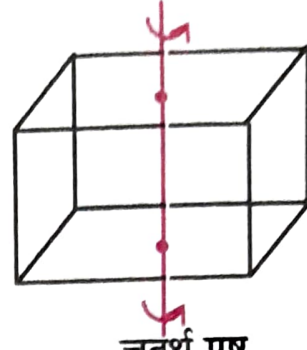
इसे घूर्णन अक्ष भी कहा जाता है। वह काल्पनिक रेखा जिसे किसी क्रिस्टल से गुजारने पर और फिर इस रेखा के परितः क्रिस्टल को घुमाने पर एक पूर्ण चक्कर समान रूप से अधिक बार दिखाई देता है। इस रेखा को सममितता अक्ष या घूर्णन अक्ष कहते हैं।



द्विपृष्ठ सममितता
अक्ष

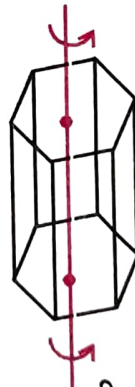


त्रिपृष्ठ सममितता
अक्ष



चतुर्थ पृष्ठ
सममितता अक्ष

सममितता अक्ष चित्र में दिखाई गई है, इस अक्ष पर परितः जब क्रिस्टल को घुमाया जाता है तो एक ही तरह की साइड अर्थात् समान संरचना अर्थात् अपना रूप एक से अधिक बार प्रदर्शित करता है। माना क्रिस्टल किसी अक्ष के परितः $360/n$ कोण पर घेमाने पर समान रूप दोहराता है तो n को उस अक्ष के फोल्ड/पृष्ठ कहते हैं।



षट् पृष्ठीय
सममितता अक्ष

सममितता अवयव

किसी घन क्रिस्टल द्वारा प्रदर्शित सभी सममितताओं के योग को अर्थात् सममितता के तल, सममितता अक्ष और सममितता केन्द्र के सभी योग को सममितता अवयव कहते हैं।

अर्थात् सममितता अवयव का मान ज्ञात करने के लिए सममितता अक्षों, सममितता तलों तथा सममितता अक्षों का योग किया जाता है। जिससे सममितता अवयव का मान प्राप्त हो जाता है।

एक घन क्रिस्टल में कुल 23 सममितता अवयव होते हैं।

$$\text{सममितता तल} = 3 + 6 = 9$$

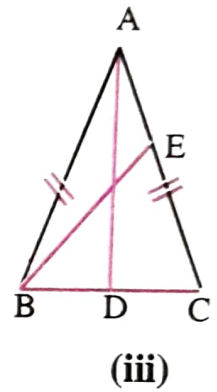
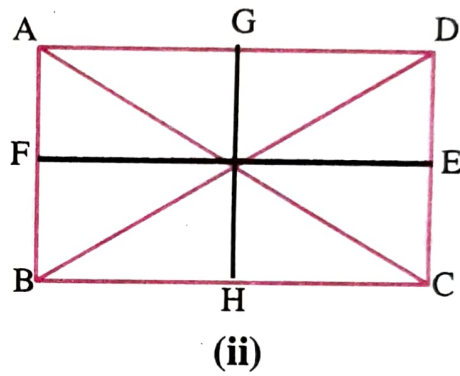
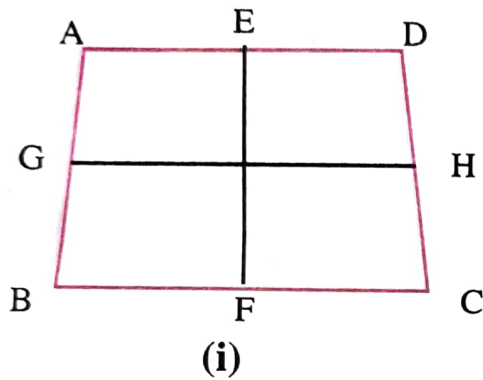
$$\text{सममितता केन्द्र} = 1$$

$$\text{सममितता अक्ष} = 3 + 4 + 6 = 13$$

$$\text{घनाकार क्रिस्टल में कुल सममितता अवयव} = 9 + 13 + 1 = 23$$

अभ्यास 15

1. अंग्रेजी वर्णमाला के बड़े (Capital) अक्षरों को लिखकर देखें। उनमें से जो सममित हैं। उनके सममिति अक्षों को पहचानें।
2. निम्नांकित आकृतियों के सभी सममित अक्षों की पहचान कर उन्हें लिखिए :



3. निम्नलिखित में कितने सममित अक्ष होंगे ?

(i) समबाहु त्रिभुज

(ii) समद्विबाहु त्रिभुज

(iii) वर्ग

(iv) समचतुर्भुज

(v) वृत्त

4. निम्नांकित की रचना कीजिए :

(i) एक त्रिभुज जिसमें एक सममित अक्ष हो।

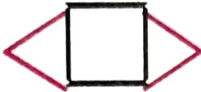
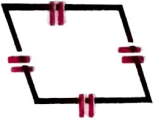
(ii) एक त्रिभुज जिसमें तीन सममित अक्ष हों।

(iii) एक त्रिभुज जिसमें एक भी सममित अक्ष न हो।

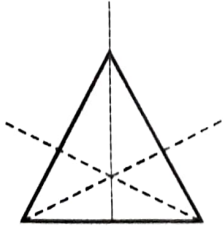
5. एक समषट्भुज खींचकर उसकी सभी सममित रेखाओं को खींचिए।

6. अपने आस-पास के पर्यावरण का निरीक्षण करके सममित वस्तुओं की पहचान कर उनकी सूची बनाइए।

7. निम्नलिखित तालिका को पूरा कीजिए :

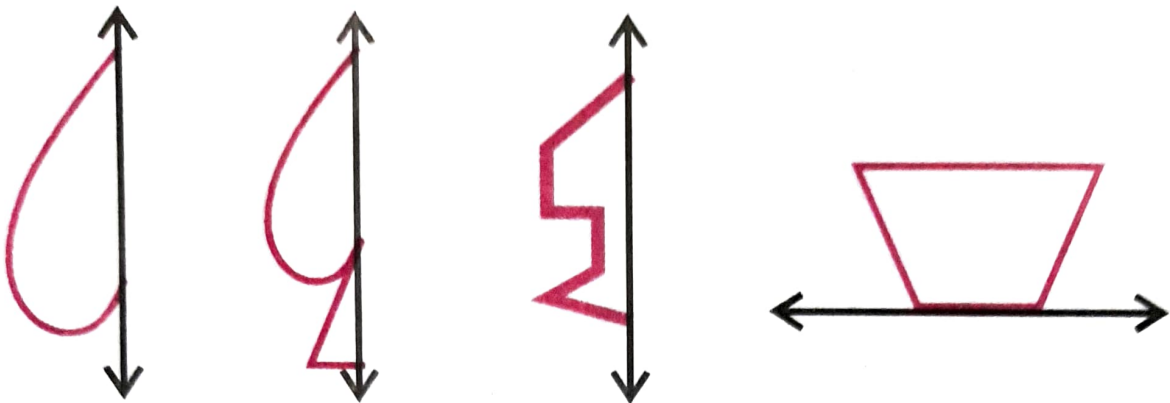
क्रम सं०	आकृति	सममित रेखाओं की संख्या
(i)		
(ii)		
(iii)		
(iv)		
(v)		

8. निम्न तालिका को पूरा कीजिए :

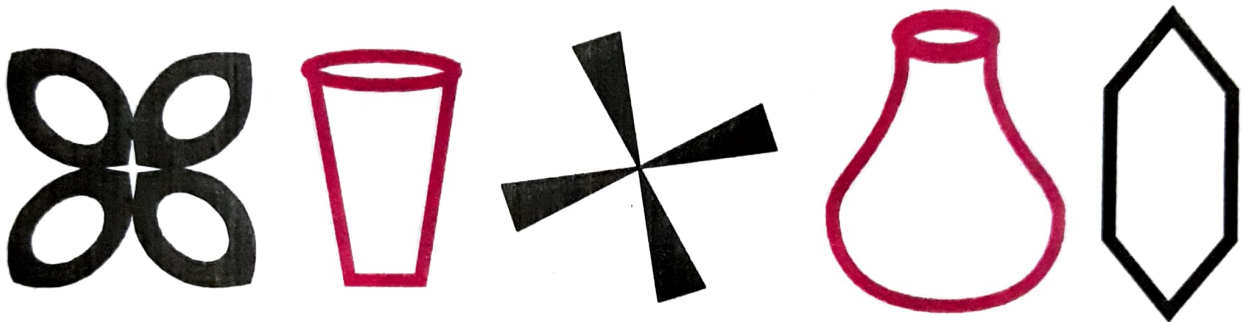
आकार	आकृति खाका या रूपरेखा	सममित रेखाओं की संख्या
समबाहु त्रिभुज		
वर्ग		
आयत		
समद्विबाहु त्रिभुज		
समचतुर्भुज		
वृत्त		

9. अपने घर व विद्यालय की ऐसी दस वस्तुओं की सूची बनाइये जो सममित हो।

10. दी गई सममित आकृतियों को पूरा करिए -



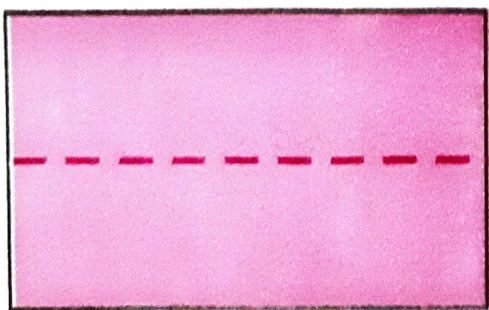
11. निम्न आकृतियों में सममित रेखा खींचकर सममित रेखाओं की संख्या ज्ञात कीजिए।



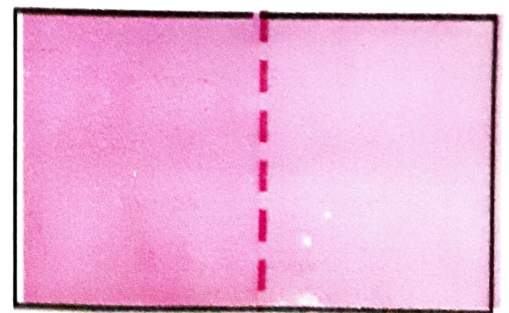
क्रिया कलाप

1. एक आयताकार कागज लीजिए। इसे लम्बाई की ओर से इस प्रकार मोड़िए, जिससे कि एक आधा भाग दूसरे भाग को पूर्णतया ढक लें। क्या यह मोड़ सममित अक्ष है ? क्यों ?

इसे खोलकर पुनः चौड़ाई की ओर से समान तरीके से मोड़िए। क्या दूसरा मोड़ भी सममित अक्ष है ? क्यों ?

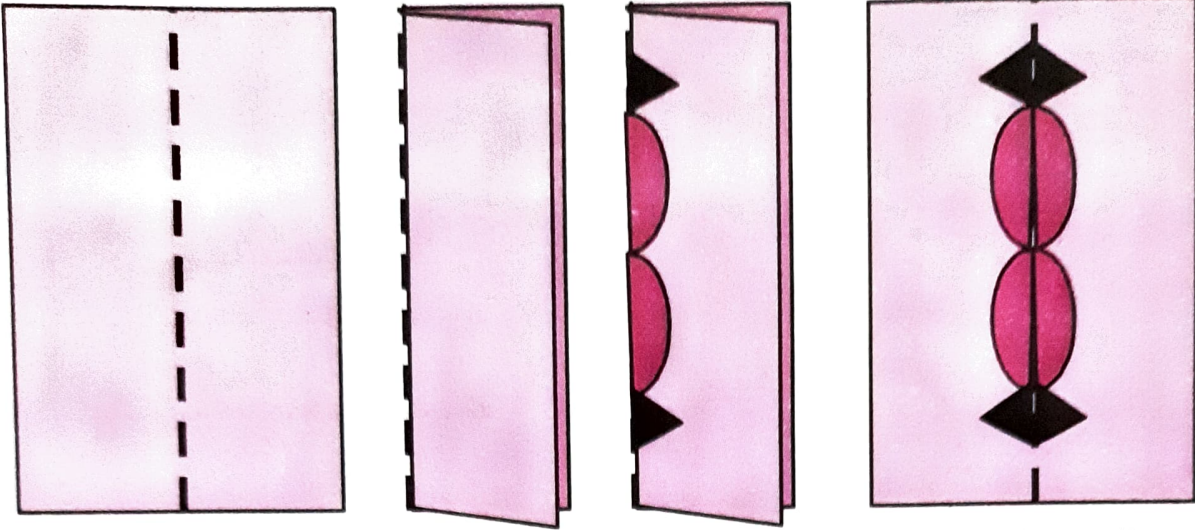


चित्र 1 - पहला मोड़



चित्र 2 - दूसरा मोड़

2. चित्रानुसार मोड़ कर कैंची से काट कर देखें। क्या आकृति सममित है ?



पहला मोड़ निशान लगाकर आकृति अवलोकन करें
को कैंची से काटिए

चित्र 3

इस इकाई में हमने सीखा

1. आकृति में यदि एक रेखा आकृति को दो बराबर भागों में बांटती है तो वह सममित रेखा कहलाती है। दूसरे शब्दों में किसी आकृति को दो समान भागों में बांटने वाली रेखा सममित रेखा कहलाती है।
2. यदि दो आकृतियां आपस में समान हैं जैसे हमारे दोनों हाथ, ये रूप या आकार में समान हैं ; समरूप कहलाएंगे, जबकि सममित में एक ही वस्तु के दो समान भाग होते हैं।
3. सममित का हमारे दैनिक जीवन में बड़ा महत्व है। जैसे कला, शिल्प कला, विभिन्न प्रकार की डिजाइन बनाने में प्रकृति की सुन्दरता में सममितता का बहुत योगदान है। यदि इसे निकाल दिया जाये तो दुनिया की सुन्दरता समाप्त हो जाएगी।



उत्तरमाला

अभ्यास 15

2. (i) EF (ii) GH और EF (iii) AD, 3. (i) तीन; (ii) एक (iii) चार (iv) दो (v) अपरमित; 4. (i) समद्विबाहु त्रिभुज, (ii) समबाहु त्रिभुज, (iii) विषमबाहु त्रिभुज; 7. (i) दो , (ii) दो, (iii) दो, (iv) पाँच, (v) दो (vi) एक भी नहीं