इकाई : 12 वाणिज्य गणित

- अनुपात
- समानुपात
- प्रतिशतता
- लाभ-प्रतिशत, हानि-प्रतिशत
- साधारण ब्याज
- व्यवहार गणित
- मुद्रा की अवधारणा
- बिल तथा कैश मैमो

ANQ5U2

12.1. भूमिका :

हमारे दैनिक जीवन में धन और व्यापार की अत्यन्त महत्वपूर्ण भूमिका होती है। अंग्रेजी में एक कहावत है - "Money makes the mare go" अर्थात जीवनयापन की सारी गतिविधियाँ धन पर आधारित होती हैं। आज सूचना-तंत्र का कोई भी माध्यम जैसे टेलीविजन, रेडियो, समाचार-पत्र, पत्रिकाएं आदि अर्थ और वाणिज्य के समाचारों के बिना सर्वग्राह्य और जीवन्त नहीं बन सकते। सम्पूर्ण दिवस की अर्थ और वाणिज्य जगत की गतिविधियों का पूरा लेखा-जोखा प्रस्तुत करना सूचना-तंत्र का महत्वपूर्ण कार्य है। प्रत्येक नागरिक का इनसे सीधा सम्बन्ध होता है। अतः यह आवश्यक है कि आप अभी से इन गतिविधियों से परिचित हो सकें। दैनिक जीवन की आर्थिक गतिविधियों को सुचारु ढंग से चलाने के लिए आप को नित्य ही कुछ हिसाब-किताब लगाना पड़ता है, जिसके लिए कुछ महत्वपूर्ण सम्बोधों की भलीभांति जानकारी होना आवश्यक है। दैनिक जीवन की समस्याओं के समाधान के लिए इस इकाई में हम अनुपात, समानुपात, प्रतिशतता, लाभ-हानि, साधारण ब्याज और व्यवहार गणित का अध्ययन करेंगे। हम यह भी देखेंगे कि किस प्रकार अनुपात, भिन्न, दशमलव, प्रतिशत आदि को एक दूसरे में परिवर्तित करते है और प्रतिशतता का अनुप्रयोग किस प्रकार लाभ-हानि की गणना करने में किया जाता है। ध्यान देने योग्य है कि व्यवहार गणित दैनिक जीवन की अनेक समस्याओं का समाधान बड़े सरल ढंग से प्रस्तुत कर देता है। क्रय-विक्रय मूल्य संबंधी बहुत-सी गणनाएँ व्यवहार गणित द्वारा शीघ्रता एवं शुद्धता से कर ली जाती है। गणना की इस विधा का व्यवहार कम पढ़े लिखे लोग भी कुशलतापूर्वक करते हैं। कदाचित् आम आदमी द्वारा व्यवहृत गणना की इस विधा को इसी कारण 'व्यवहार गणित' का नाम दिया गया है।

12.2. अनुपात

हमारे व्यावहारिक जीवन में प्रतिदिन छोटा-बड़ा, कम-अधिक, हल्का-भारी इत्यादि जैसे तुलनात्मक शब्दों से पाला पड़ता रहता है। तुलना दो प्रकार से करते हैं। पहला अन्तर के माध्यम से, जैसे कौन किससे कितना बड़ा, कौन किससे कितना अधिक, और दूसरा कौन किससे कितने गुना बड़ा,कौन किससे कितना गुना अधिक इत्यादि। क्या आप बता सकते हैं कि तुलना करने की इन दोनों विधियों में कौन कब उपयुक्त होती है? आइए हम सब मिलकर विचार-विमर्श करें। कल्पना करें कि रामू की उम्र 14 वर्ष और शालू की उम्र 10 वर्ष है। यहाँ दोनों की उम्र में कम अन्तर है, इसलिए यहाँ पर दोनों की उम्र की तुलना अन्तर के माध्यम से करना उपयुक्त होगा और हम आसानी से कह सकते हैं कि रामू, शालू से (14 वर्ष-10वर्ष) = 4 वर्ष बड़ा है या शालू रामू से 4 वर्ष छोटी है। परन्तु दो समान राशियों में बहुत अधिक अन्तर हो तो अन्तर विधि द्वारा तुलना करना उचित नहीं होता है।

कल्पना करें कि एक लड़के की उम्र 10 वर्ष है और उसके पिता की उम्र 40 वर्ष है। यहाँ हम दोनो के उम्र की तुलना करना चाहें तो अन्तर द्वारा तुलना करना अधिक उचित नहीं होगा। भाग द्वारा पिता और पुत्र की उम्र की तुलना इस प्रकार होगी $\frac{40}{10} = \frac{4}{1}$

हम कह सकते हैं कि पिता की उम्र पुत्र की उम्र की चार गुनी है।

यहाँ विशेष ध्यान देने की आवश्यकता है कि दो वस्तुओं की तुलना करते समय यदि उनमें गुणात्मक अन्तर अधिक हो तो भाग द्वारा तुलना करना अन्तर द्वारा तुलना करने से अधिक अच्छा है।

आइए हम इसे उदाहरण द्वारा समझें।

1. मान लिया कि एक ट्रैक्टर का मूल्य ₹ 4,00,000 तथा एक मोटर साइकिल का मूल्य ₹ 40,000 है। यदि हम इनके मूल्यों का अन्तर लें तो ₹ 3,60,000 है और भाग द्वारा तुलना करने पर

$$\frac{4,00,000}{40,000} = \frac{10}{1}$$

यहाँ हम स्पष्टतः कह सकते हैं कि ट्रैक्टर का मूल्य मोटर साइकिल के मूल्य का दस गुना है।

ध्यान दीजिए, भाग द्वारा तुलना को अनुपात कहा जाता है।

2. मैसे और निशा ने क्रिकेट के एक खेल में क्रमशः 56 रन और 14 रन बनाए। मैसे ने निशा के कितने गुना रन बनाये। ?

मैसे और निशा के रनों का अनुपात $\frac{56}{14} = \frac{4}{1}$

अतः मैसे ने निशा द्वारा बनाये गये रनों के चार गुना रन बनाये।

✌ निष्कर्ष :

दो समान राशियों को "कितने गुना" के रूप में व्यक्त करने को अनुपात कहते हैं। अनुपात को ':' चिह्न द्वारा दर्शाया जाता है।

उपर्युक्त उदाहरण 2 में मैसे और निशा द्वारा बनाये गये रनों के अनपात को 4:1 के रूप में लिखते हैं।

प्रयास कीजिए :

निम्नांकित सारणी को अपनी गणित अभ्यास पुस्तिका में बनाइए :

रिक्त स्थानों को भरिए -

प्रथम स्तम्भ	द्वितीय स्तम्भ	अन्तर द्वारा तुलना	भाग द्वारा तुलना	अनुपात
		5-3=2 टमाटर	$5 \div 3 = \frac{5}{3}$	5 : 3

जब हम एक ही प्रकार की वस्तुओं की संख्याओं अथवा राशियों में भाग द्वारा तुलना करते हैं, तब हम कह सकते हैं कि हमने दो संख्याओं का अनुपात ज्ञात किया है ।

अनुपात दो संख्याओं की भाग द्वारा तुलना है जिससे यह ज्ञात होता है कि एक संख्या दूसरी संख्या की कितनी गुनी है अथवा उसका कौन सा भाग है ।

- यदि एक संख्या a और दूसरी संख्या b है $(a, b \neq 0)$ हो तो दोनों संख्याओं को अनुपात के रूप में कैसे लिखेंगे ?

  हम जानते हैं कि दो संख्याओं में अनुपात ज्ञात करने के लिए एक संख्या में दूसरी संख्या से भाग देते हैं । अतः a और b का अनुपात $= \frac{a}{b} = a \div b$

  a : b में a तथा b को अनुपात के पद कहते हैं ।

  a : b में a **प्रथम पद** या पूर्वपद तथा b **द्वितीय पद** या उत्तरपद कहलाता है ।

सोचें, तर्क करें, निष्कर्ष निकालें :

सोचिए, 3 और 0 तथा 0 और 5 में क्या अनुपात संभव है ? नहीं, क्योंकि 3 और 0 में दूसरा पद शून्य है तथा 0 और 5 में प्रथम पद शून्य है । अतः इनमें अनुपात ज्ञात करना संभव नहीं है । शून्य के साथ किसी संख्या को अनुपात के रूप में व्यक्त नहीं किया जाता है । अतः हम कह सकते हैं कि-

दो राशियों में अनुपात ज्ञात करते समय इनमें से कोई भी राशि शून्य नहीं होनी चाहिए।
दो राशियों की तुलना तभी की जा सकती है जब वे दोनों एक ही इकाई में हों।

a : b में a पूर्वपद तथा b उत्तरपद है। यदि b को पूर्वपद और a को उत्तरपद बना दिया जाय तो अनुपात का रूप b : a हो जाता है । इसे a : b का व्युत्क्रम कहा जाता है। जैसे 2 : 3 का व्युत्क्रम 3 : 2 और 5 : 7 का व्युत्क्रम 7 : 5 है ।

प्रयास कीजिए :

नीचे दी गई तालिका को देखकर प्रथम तथा द्वितीय स्तम्भ के चित्रों की संख्या को अनुपात तथा उसके व्युत्क्रम के रूप में लिखिए -

प्रथम स्तम्भ	द्वितीय स्तम्भ	अनुपात	व्युत्क्रम
		4 : 5	5 : 4

उदाहरण 1 : 3 और 4 को अनुपात में व्यक्त कीजिए :

हल : 3: 4

उदाहरण 2 : एक कमरे की लम्बाई 8 मीटर और चौड़ाई 500 सेंटीमीटर है । कमरे की लम्बाई और चौड़ाई को अनुपात के रूप में लिखिए ।

हल : अतः 500 सेंटीमीटर = 5 मीटर कमरे की लम्बाई और चौड़ाई में अनुपात = 8 : 5

उदाहरण 3 : दो संख्याओं में अनुपात 5 : 3 है । इसमें प्रथम पद और द्वितीय पद बताइए।

हल : प्रथम पद 5
द्वितीय पद 3

उदाहरण 4: 4 : 5 का व्युत्क्रम लिखिए ।

हल : 4 : 5 का व्युत्क्रम 5 : 4 है ।

अभ्यास 12 (a)

1. निम्नलिखित प्रश्नों को अपनी अभ्यास पुस्तिका में लिखिए और रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

   (i) 3 का 4 से अनुपात = ☐ (ii) 5 का 3 से अनुपात = 5 : ☐

   (iii) 2 का 7 से अनुपात = ☐ : 7 (iv) 4 का ☐ से अनुपात = 4 : 7

2. अनुपात में व्यक्त कीजिए :

   (i) 2 किग्रा का 500 ग्राम से (ii) 5 का 12 से

   (iii) 13 का 75 से (iv) 108 का 125 से

3. निम्नांकित तालिका को अपनी अभ्यास पुस्तिका में लिखिए और रमेश तथा सीमा के प्रत्येक विषय के प्राप्तांकों को अनुपात में लिखिए :

विषय	रमेश के अंक	सीमा के अंक	अनुपात
हिन्दी	60	53	60 : 53
अंग्रेजी	53	65	
गणित	75	62	
विज्ञान	48	55	
कला	63	71	

4. एक आयताकार खेत की लम्बाई 29 मी और चौड़ाई 25 मी है । खेत की लम्बाई और चौड़ाई को अनुपात के रूप में लिखिए ।

5. निम्नांकित सारणी को अभ्यास पुस्तिका में लिखिए और रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

अनुपात	पूर्वपद	उत्तरपद
7 : 8	7	...
13 : 21	...	21
73 : 85	...	...

6. निम्नांकित अनुपातों के व्युत्क्रम लिखिए :

   (i) 3 : 14 (ii) 15 : 17 (iii) 25 : 37 (iv) 65 : 67

7. प्रथमपद और द्वितीय पद बताइए :

   (i) 3 : 7 (ii) 4 : 11 (iii) 13 : 27

12.2.1 अलग-अलग परिस्थितियों में एक जैसा अनुपात

निम्नांकित उदाहरणों को देखें :

एक कमरे की लम्बाई 40 मीटर और इसकी चौड़ाई 20 मीटर है । अतः

कमरे की लम्बाई का चौड़ाई से अनुपात $= \frac{40}{20} = \frac{2}{1} = 2:1$

एक कक्षा में 50 लड़के और 25 लड़कियाँ हैं । अतः कक्षा के

लड़कों की संख्या का लड़कियों की संख्या से अनुपात $= \frac{50}{25} = \frac{2}{1} = 2:1$

यहाँ दोनों ही उदाहरणों में एक जैसा अनुपात 2 : 1 है ।

न्यूनतम रूप में 40 : 20 और 50 : 25 अनुपात समान हैं, वह 2 : 1 है। इन्हें तुल्य अनुपात कहते हैं।

क्या आप कुछ और उदाहरण सोच सकते हैं जो न्यूनतम रूप में 2 : 1 के तुल्य हों?

ध्यान दें,

प्रथम प्रश्न में,

चौड़ाई का लम्बाई के साथ अनुपात $\frac{20}{40} = \frac{1}{2} = 1:2$

तथा दूसरे प्रश्न में लड़कियों की संख्या का लड़कों की संख्या से अनुपात $\frac{25}{50} = \frac{1}{2} = 1:2$

दोनों ही उदाहरणों में यहाँ भी अनुपात 1 : 2 है।

न्यूनतम रूप में 20 : 40 और 25 : 50 अनुपात समान हैं, वह 1 : 2 है। अतः ये तुल्य अनुपात के उदाहरण हैं । साथ ही 2 : 1 का व्युत्क्रम 1 : 2 भी है । इससे स्पष्ट है कि अनुपात 2 : 1 तथा अनुपात 1 : 2 में अन्तर है । इसी प्रकार 2 : 3 और 3 : 2 तथा 5 : 4 और 4 : 5 के अन्तर को समझने का प्रयास कीजिए ।

कोई अनुपात 3 : 5 लें । इसके अनेक रूप खोजें । जैसे

$$3:5 = \frac{3}{5} = \frac{3\times2}{5\times2} = \frac{6}{10}\ ;\ \frac{3}{5} = \frac{3\times10}{5\times10} = \frac{30}{50}\ ;\ \frac{3}{5} = \frac{3\times80}{5\times80} = \frac{240}{400},$$

यहाँ स्पष्ट है कि किसी अनुपात के भिन्न के अंश और हर में समान राशि से गुणा करने पर अनुपात वही रहता है अर्थात किसी अनुपात के प्रथम एवं द्वितीय पद में एक ही शून्येतर संख्या से गुणा करने पर अनुपात वही रहता है। एक उदाहरण और लें।

$$1:2 = \frac{1}{2} = \frac{1\times5}{2\times5} = \frac{5}{10} \text{ और } \frac{1}{2} = \frac{1\times15}{2\times15} = \frac{15}{30}$$

अब आप स्वयं सोचें, विचारें कि अनुपात के प्रत्येक पद में शून्येतर समान संख्या से भाग देने पर क्या परिणाम होगा ? समूह में विचार करें।

प्रयास कीजिए :

(1) कक्षा 6 के लड़कों और लड़कियों की संख्या में 60 : 15 अनुपात है, कक्षा 7 के लड़कों और लड़कियों की संख्या में 120 : 30 अनुपात है । क्या दोनों कक्षाओं के लड़कों और लड़कियों में अनुपात समान है ?

(2) अपनी कक्षा के दरवाजों की संख्या का खिड़कियों की संख्या के साथ अनुपात ज्ञात कीजिए।

12.2.2 अनुपात का सरलतम रूप :

कक्षा 6 के कुछ शिक्षार्थियों ने कागज के बने एक झंडे की लम्बाई और चौड़ाई को नापा । उन्होंने पाया कि झंडे की लम्बाई 36 सेमी और चौड़ाई 24 सेमी है ।

झंडे की लम्बाई और चौड़ाई में क्या अनुपात है ?

झंडे की लम्बाई और चौड़ाई में अनुपात = 36 : 24

उदाहरण 5. 36 : 24 को सरलतम रूप में लिखिए :

प्रथम विधि :

हम जानते है कि $36 : 24 = \frac{36}{24}$

भिन्न $\frac{36}{24}$ को सरलतम रूप में लिखिए :

$\frac{36}{24} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ (क्रमशः 4, 3 से भाग देने पर)

$\frac{3}{2}$ को अनुपात के रूप में व्यक्त कीजिए :

$\frac{3}{2} = 3 : 2$

हम देखते हैं कि :

$36 : 24 = \frac{36}{24} = \frac{3}{2} = 3 : 2$

द्वितीय विधि :

36 : 24 को देखिए :

प्रत्येक पद में 2 से भाग देने पर 18 : 12

पुनः प्रत्येक पद में 2 से भाग देने पर 9 : 6

पुनः प्रत्येक पद में 3 से भाग देने पर 3 : 2

अब दोनों पदों में 1 के अतिरिक्त किसी अन्य संख्या से भाग नहीं दिया जा सकता है । अतः 36 : 24 का सरलतम रूप 3 : 2 है। हम देखते हैं कि 36 : 24 को सरलतम रूप में व्यक्त करने के लिए प्रत्येक पद को 2 × 2× 3 = 12 से भाग देकर सीधे प्राप्त किया जा सकता है । अतः

$$36 : 24 = \frac{36}{12} : \frac{24}{12} = 3 : 2$$

ध्यान दें , 36 और 24 का महत्तम समापवर्तक 12 है।

उदाहरण 6. 48 : 72 का सरलतम रूप ज्ञात कीजिए :

हम देखते हैं कि 48 और 72 का महत्तम समापवर्तक 24 है

अतः दोनों पदों में 24 का भाग देने पर

$$48 : 72 = \frac{48}{24} : \frac{72}{24} = 2 : 3$$

निष्कर्ष :

> **किसी अनुपात को सरलतम रूप में व्यक्त करने के लिए दोनों पदों के महत्तम समापवर्तक से प्रत्येक पद को विभाजित करते हैं ।**

उदाहरण 7. 15 और 25 को सरलतम अनुपात में लिखिए।

हल : 15 : 25 के पदों 15 और 25 का म०स० 5 है । अतः प्रत्येक पद को

5 से भाग देने पर $15 : 25 = \frac{15}{5} : \frac{25}{5} = 3 : 5$

उदाहरण 8. 90 पैसे और ₹ 3 को सरलतम अनुपात में व्यक्त कीजिए।

हल : 90 पैसे और ₹ 3 का अनुपात $= \frac{90 \text{ पैसे}}{₹ 3} = \frac{90 \text{ पैसे}}{300 \text{ पैसे}}$

$$= \frac{90}{300} = \frac{90 \div 30}{300 \div 30} = \frac{3}{10} = 3 : 10$$

उदाहरण 9. 3 घण्टे का 45 मिनट से अनुपात बताइए।

हल : 3घण्टे का 45 मिनट से अनुपात $= \frac{3 \text{घण्टे}}{45 \text{मिनट}}$

$$= \frac{3 \times 60 \text{ मिनट}}{45 \text{ मिनट}}$$

$$= \frac{180}{45} = \frac{180 \div 45}{45 \div 45}$$

$$= \frac{4}{1}$$

$$= 4 : 1$$

घण्टे और मिनट तथा रुपये और पैसे का अनुपात निकालने के लिए हम पहले दोनों राशियों को समान इकाई वाली राशियों में बदलते हैं ।

निष्कर्ष :

- **अनुपात केवल एक ही प्रकार की राशियों (सजातीय राशियों) में होता है ।**
- **समान इकाई वाली राशियों को अनुपात के रूप में लिखने के बाद उनके साथ इकाई (मात्रक) को नहीं लिखा जाता है अर्थात् अनुपात का कोई मात्रक नहीं होता है ।**
- **अनुपात को सरलतम रूप में व्यक्त किया जाता है ।**
- **अनुपात के दोनों पदों में शून्य को छोड़कर एक ही संख्या से गुणा करने या भाग देने से अनुपात के मान में अन्तर नहीं पड़ता है ।**

जैसे $5 : 6 = 5 \times 2 : 6 \times 2 = 10 : 12$

$15 : 21 = \frac{15}{3} : \frac{21}{3} = 5 : 7$

12.2.3 दो अनुपातों की तुलना :

"हम दो विभिन्न फूलों का समूह लेते हैं। प्रथम फूलों के समूह में फूलों की संख्या क्रमशः दो और तीन है तथा दूसरे फूलों के समूह में फूलों की संख्या क्रमशः पाँच और आठ लेते हैं। प्रथम फूलों के समूह में फूलों का अनुपात 2 : 3 और दूसरे फूलों के समूह में फूलों का अनुपात 5 : 8 है। अब यह देखना है कि -

2 : 3 और 5 : 8 में कौन अनुपात बड़ा है ?

2 : 3 को भिन्न के रूप में लिखिए :

$2 : 3 = \frac{2}{3}$

5 : 8 को भिन्न के रूप में लिखिए :

$5 : 8 = \frac{5}{8}$

$\frac{2}{3}$ और $\frac{5}{8}$ में कौन सी भिन्न बड़ी है, कैसे ज्ञात करेंगे ?

दोनो भिन्नों को समहर बनाने पर

पहली भिन्न $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{16}{24}$

दूसरी भिन्न $\frac{5}{8} = \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24}$

हम देखते हैं कि भिन्न $\frac{16}{24}$, भिन्न $\frac{15}{24}$ से बड़ी है

अतः भिन्न $\frac{2}{3}$, भिन्न $\frac{5}{8}$ से बड़ी है ।

स्पष्ट है कि 2 : 3, 5 : 8 से बड़ा है ।

प्रयास कीजिए :

सीता और गीता के प्राप्तांकों में 2 : 5 का अनुपात है तथा आशीष और सर्वेश के प्राप्तांकों में 5 : 8 का। लड़कियों का प्राप्तांक अनुपात अधिक है अथवा लड़कों का ?

जैनुल और आबिद ने साझे के व्यापार में 2 : 3 के अनुपात में धन लगाया । यदि दोनों में ₹ 300 का लाभ बाँटना हो, तो क्या दोनों को बराबर लाभ मिलेगा ? सोचिए, लाभ का बँटवारा निवेश के अनुपात में होना चाहिए । जैनुल को लाभ का $\frac{2}{5}$ और आबिद को लाभ का $\frac{3}{5}$ मिलेगा । किसको अधिक लाभ मिलेगा ?

आइए हम अनुपात के विभिन्न रूपों को समझें

2 : 5 पर विचार कीजिए।

2 : 5 को भिन्न के रूप में निम्नांकित प्रकार से लिखते हैं -

$2 : 5 = \frac{2}{5}$

पुनः भिन्न को दशमलव रूप में लिखने पर $\frac{2}{5} = 0.4$

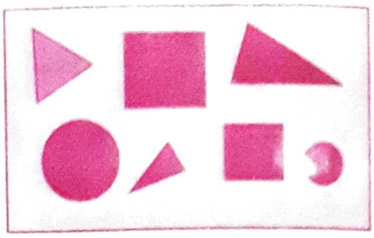
इस प्रकार अनुपात को भिन्न और दशमलव के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

अनुपात को भिन्न और दशमलव में व्यक्त कर सकते हैं ।

प्रयास कीजिए :

4 : 5 तथा 15 : 25 को भिन्न और दशमलव में बदलिए।

अभ्यास 12 (b)



1. आकृति को देखकर अनुपात निकालिए :
   (क) आयत के अन्दर के सभी त्रिभुजों की संख्या का वृत्तों की संख्या से।
   (ख) आयत के अन्दर के सभी वर्गों की संख्या का सभी आकृतियों से
   (ग) आयत के अन्दर के सभी वृत्तों का सभी आकृतियों से।

2. सरलतम रूप में अनुपात ज्ञात कीजिए :
   (i) 2 का 4 से (ii) 15 का 3 से (iii) 3.5 का 105 से
   (iv) 50 पैसे का 3 रुपये से (v) 2 मीटर का 6 सेमी से (vi) 2 घण्टे का 30 मिनट से

3. निम्नांकित अनुपातों को सरलतम रूप में लिखिए :
   (i) 2 :16 (ii) 18 :90 (iii) 11 : 121
   (iv) 13 : 39 (v) 36 :72 (vi) 5 किग्रा : 650 ग्राम

4. कौन सा अनुपात बड़ा है ?
   (i) 3 : 5 और 5 : 8 में (ii) 2 : 7 और 6 : 8 में
   (iii) 40 पैसे : ₹ 2 और 60 पैसे : ₹ 4 में

5. निम्नांकित कथनों को अनुपात में व्यक्त कीजिए :
   (i) एक खेत की लम्बाई उसकी चौड़ाई की चार गुनी है ।
   (ii) मोहन की आयु अपने पुत्र राजेश की आयु की तीन गुनी है ।
   (iii) गणित विषय में उत्तीर्ण कक्षा 6 के छात्रों की संख्या सम्मिलित छात्रों की संख्या की तीन चौथाई है ।

6a. एक विद्यालय के कक्षा 6 में 100 बच्चे पढ़ते हैं । इनमें 40 लड़के तथा शेष लड़कियाँ हैं। ज्ञात कीजिए :
   (i) लड़के और लड़कियों की संख्या का अनुपात
   (ii) लड़कों की संख्या और कुल बच्चों की संख्या में अनुपात ।

b. एक विद्यालय में 200 बच्चे पढ़ते हैं, जिसमें से 60 बच्चे बीमार पड़ गये, तो स्वस्थ और बीमार बच्चों की संख्या में अनुपात ज्ञात कीजिए।

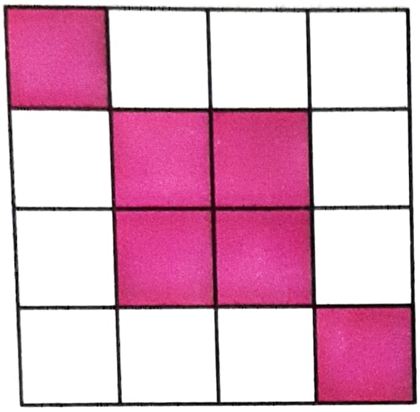
7. अभिनव की आय ₹ 5000 प्रतिमाह है । वह ₹ 3000 प्रतिमाह व्यय कर देता है । अनुपात ज्ञात कीजिए।
   (i) अभिनव की आय और व्यय में (ii) अभिनव के व्यय और आय में
   (iii) अभिनव के व्यय और बचत में

8. निम्नांकित को अभ्यास पुस्तिका पर लिखिए और फिर रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

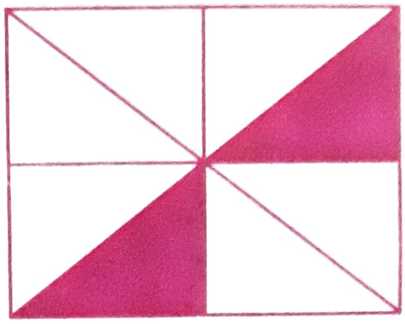
(i) $\frac{8}{4} = \frac{----}{32}$ (ii) $\frac{---}{8} = \frac{25}{50}$

(iii) $\frac{16}{4} = \frac{48}{---}$ (iv) $\frac{36}{---} = \frac{72}{12}$

9. निम्नांकित चित्रों में छायांकित भाग का अछायांकित भाग के अनुपात को सरलतम रूप में लिखिए -



(i)



(ii)

10. सुहानी और पलक के बीच ₹ 80 को 3 : 2 में बाँटिये

11. एक महिला अपनी बेटी श्रेया और भूमिका में ₹ 3600 को उनकी आयु के अनुसार बाँटना चाहती है। यदि श्रेया की आयु 15 वर्ष और भूमिका की आयु 12 वर्ष हो तो श्रेया और भूमिका को कितने-कितने रुपये मिलेंगे?

12.3 समानुपात :

एक दिन शीला टमाटर और प्याज खरीदने के लिए बाजार गयी। वहाँ दो दुकानों पर उसने उस दिन टमाटर और प्याज के भाव निम्नवत् अंकित देखे —

		टमाटर (मू.रुपये में)	प्याज (मू. रुपये में)
प्रथम दुकान	भाव प्रति 5 किग्रा	50	35
द्वितीय दुकान	भाव प्रति 40 किग्रा	400	280

दोनों दुकानों पर टमाटर और प्याज के भावों को अलग-अलग ढंग से प्रदर्शित देखकर शीला चिन्तन करने लगी कि किस दुकान से कौन-सी वस्तु खरीदनी सस्ती अर्थात् लाभप्रद होगी। उसने देखा कि प्रथम दुकान पर भाव प्रति 5 किग्रा बताये गये हैं जब कि दूसरी दुकान पर भाव प्रति 40 किग्रा बताये गये हैं। उसने पाया कि दोनों दुकानों पर भारों का अनुपात 5 किग्रा : 40 किग्रा = 1 : 8 है।

अब उसने मूल्यों का अनुपात निकाला -

	प्रथम दुकान	द्वितीय दुकान	अनुपात
टमाटर	₹ 50	₹ 400	1:8
प्याज	₹ 35	₹ 280	1:8

उसने देखा कि दोनों दुकानों पर टमाटर और प्याज के मूल्यों में भी वही अनुपात है जो कि उनके भारों में है। अतः उसने निष्कर्ष निकाला कि दोनों दुकानों पर भाव भले ही देखने में अलग-अलग हों, किन्तु उनमें कोई भी अन्तर नहीं है क्योंकि प्रदर्शित भाव में वस्तुओं के भारों का जो अनुपात है, वही अनुपात उनके मूल्यों में भी है। अतः वह किसी भी दुकान से टमाटर और प्याज खरीद सकती है।

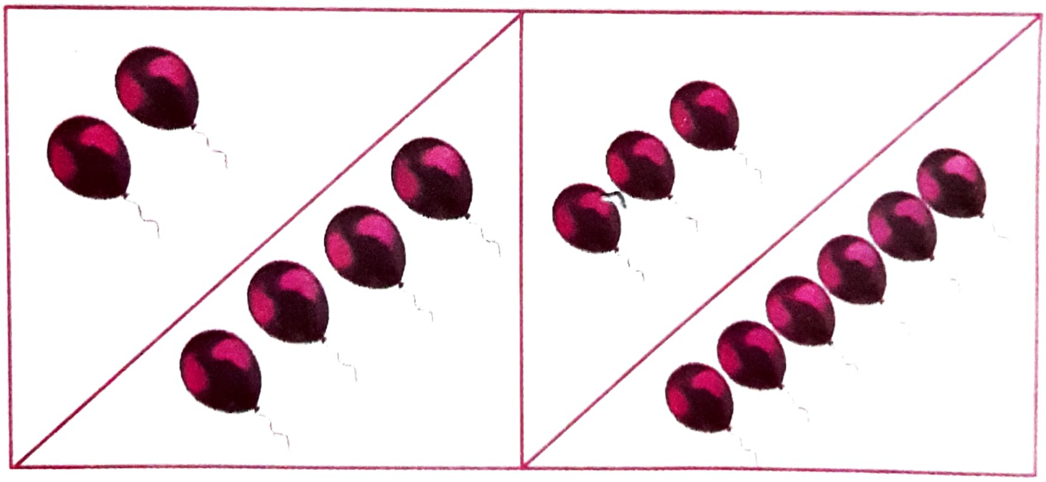
दैनिक जीवन में ऐसी समस्याएँ आती ही रहती हैं, जहाँ दो अनुपात आपस में बराबर हो जाते हैं। उपर्युक्त उदाहरण में

5 किग्रा : 40 किग्रा = ₹ 50 : ₹ 400 = ₹ 35 : ₹ 280 = 1:8

दो समान अनुपातों को समानुपात कहते हैं। समानुपात को दर्शाने के लिए चिह्न '::' का प्रयोग करते हैं।

उदाहरण के लिए हम कह सकते हैं कि 9:30 और 15:50 में समानुपात है क्योंकि $\frac{9}{30}$ तथा $\frac{15}{50}$ दोनों का मान $\frac{3}{10}$ है। उसे हम 9:30 :: 15:50 के रूप में लिखते हैं और "9 अनुपात 30 समानुपात 15 अनुपात 50" पढ़ते हैं।

निम्नांकित चित्र को देखें



चित्र - 1

1. चित्र (1) में दो खंड हैं। दोनों खंडों में गुब्बारों के समूह दर्शाये गये हैं। इन चित्रों को देख कर प्रथम खंड के दोनों समूह के गुब्बारों की संख्या का अनुपात निकालें और पुनः दूसरे खंड के दोनों समूहों के गुब्बारों की संख्या का अनुपात निकालें।

हम देखते हैं कि प्रथम खंड के एक समूह में 2 गुब्बारे तथा दूसरे समूह में 4 गुब्बारे हैं। अतः प्रथम खण्ड के दोनों समूह के गुब्बारों की संख्या का अनुपात 2 : 4 या सरलतम रूप में 1 : 2 है। इसी प्रकार दूसरे खंड के प्रथम समूह में गुब्बारों की संख्या 3 तथा दूसरे समूह में गुब्बारों की संख्या

इनका अनुपात 3 : 6 या 1 : 2 है।

इस प्रकार हम देखते हैं कि दोनों खण्डों के गुब्बारों की संख्या का सरलतम अनुपात 1 : 2 है।

अतः 2 : 4 : : 3 : 6

अर्थात दोनों खण्डों में गुब्बारों की संख्या समानुपात में है।

उदाहरण 10. शीला हिन्दी विषय में 50 अंक और अंग्रेजी में 40 अंक पाती है । रमा हिन्दी और अंग्रेजी की उसी परीक्षा में क्रमशः 45 और 36 अंक पाती है । बताइए कि

(i) शीला और रमा के हिन्दी में प्राप्त अंकों में क्या अनुपात है ?

(ii) शीला और रमा के अंग्रेजी में प्राप्त अंकों में क्या अनुपात है ?

हिन्दी में शीला और रमा द्वारा प्राप्त अंकों में 50 और 45 का अनुपात है तथा अंग्रेजी विषय में शीला और रमा के प्राप्तांकों में 40 और 36 का अनुपात है ।

चूंकि 50 : 45 = 10 : 9

और 40 : 36 = 10 : 9

अतः 50 : 45 = 40 : 36 अथवा 50 : 45 : : 40 : 36

उदाहरण 11. एक युवक के द्वारा साइकिल द्वारा तय की गयी दूरी निम्न सारणी में दर्शाई गयी है। सारणी को देख कर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) एक और दो घण्टे के समय में क्या अनुपात है ?

(ii) एक घंटे में तय की गई दूरी और दो घंटे में तय की गयी दूरी में क्या अनुपात है ?

समय अन्तराल (घंटों में)	1	2	3	4	5	-	-
तय की गई दूरी (किमी में)	12	24	36	48	-	72	-

सारणी से स्पष्ट है :

(i) समय का अनुपात 1 घंटा : 2 घंटा = 1 : 2

(i) दूरियों का अनुपात 12 : 24 = 1 : 2

ऊपर अंकित सारणी आप अपनी अभ्यास पुस्तिका में बनायें और रिक्त स्थानों की पूर्ति करें तथा समानुपात को सोचें।

इस प्रकार उदाहरणों (10) तथा (11) से हम पाते हैं कि :

शीला और रमा के हिन्दी में प्राप्त अंकों का अनुपात उन्हीं के द्वारा अंग्रेजी में प्राप्त अंकों के अनुपात के बराबर है।

समय का समय से तथा दूरी का दूरी से अनुपात बराबर है ।

समानुपात को इकाई रहित चार पदों में तथा चिह्न '=' के स्थान पर '::' समानुपाती चिह्न लगाकर भी लिखते हैं ।

यथा 2 : 4 = 3 : 6 को 2 : 4 :: 3 : 6 लिखते हैं और "2 अनुपात 4 समानुपात 3 अनुपात 6" पढ़ते हैं ।

इसी प्रकार

50 : 45 = 40 : 36 या 50 : 45 :: 40 : 36 तथा

1 : 2 = 12 : 24 या 1 : 2 :: 12 : 24 को भी समझें ।

उपर्युक्त उदाहरणों से स्पष्ट है कि -

चार राशियाँ या संख्याएं या पद समानुपाती होते हैं जब पहले और दूसरे का अनुपात, तीसरे और चौथे के अनुपात के बराबर हो ।

समानुपात में चार पद होते हैं जिन्हें क्रमशः प्रथम पद (पहला पद) द्वितीय पद (दूसरा पद) तृतीय पद (तीसरा पद) और चतुर्थ पद (चौथा पद) कहते हैं ।

जैसे

1 : 2 : : 20 : 40 में प्रथम पद 1, द्वितीय पद 2, तृतीय पद 20 और चौथा पद 40 है।

प्रयास कीजिए :

(1) 2 : 5 और 40 : 100 में क्या दोनों अनुपात समान हैं ?

(2) 1 : 3 : : 8 : 24 में 8 कौन सा पद है ?

(3) 10 रुपये का 15 रुपये और 4 का 6 को समानुपात ढंग से लिखिए ।

बाह्य पद और मध्यपद :

(i) मध्य पद
2 : 4 :: 3 : 6
बाह्य पद

(ii) बाह्य पद
3 : 18 :: 20 : 120
मध्य पद

(iii) बाह्य पद
50 : 45 :: 40 : 36
मध्य पद

उपर्युक्त चित्र **(i)** में पहले और चौथे पद को बाह्य पद (चरमपद) और दूसरे तथा तीसरे पद को मध्यपद कहते हैं । यहाँ 2 और 6 बाह्य पद तथा 4 और 3 मध्यपद हैं ।

चित्र (ii) में बाह्य पद (चरमपद) 3और 120 अर्थात् पहला और चौथा पद

मध्यपद 18 और 20 अर्थात् दूसरा और तीसरा पद

चित्र (iii) में बाह्य पद 50 और 36 अर्थात् पहला और चौथापद

मध्यपद = 45 और 40 अर्थात् दूसरा और तीसरा पद

- अपनी अभ्यास-पुस्तिका में निम्नांकित सारणी बनाइए, रिक्त स्थानों को भरिए तथा बाह्य पदों के गुणनफल और मध्यपदों के गुणनफल की समानता असमानता पर ध्यान दीजिए।

क्र.	समानुपाती पद	बाह्य पदों का गुणनफल	मध्यपदों का गुणनफल	क्या बाह्य पदों का गुणनफल = मध्यपदों का गुणनफल
1.	1 : 2 : : 4 : 8	8	8	हाँ
2.	5 : 6 : : 15 : 18			
3.	3 : 4 : : 24 : 32			
4.	2.5 : 2.4 : : 7.5 : 7.2			
5.	2 : 5 : : 4 : 10			

सारणी के अध्ययन से हम इस निष्कर्ष पर आते हैं कि

समानुपात में बाह्य पदों (चरमपदों) का गुणनफल = मध्यपदों का गुणनफल

प्रयास कीजिए :

3 , 2 , 4 , 6 चार पद हैं। क्या इन्हें 3 : 2 : : 4 : 6 लिखना सही होगा? यदि नहीं तो क्यों ? समानुपात के प्रगुण (शर्त) का प्रयोग करें और अपने कथन की पुष्टि करें ।

व्यापक रूप :

यदि चार शून्येतर संख्याएं क्रमानुसार a, b, c,d हों तो इनके समानुपाती होने का प्रतिबन्ध है ad = bc

उदाहरण 12. क्या 12, 24, 24, 48 समानुपात में हैं ?

हल : **प्रथम विधि :** $12 : 24 = \frac{12}{24} = 1 : 2$

$$24 : 48 = \frac{24}{48} = 1 : 2$$

यहाँ दोनों अनुपात बराबर (समान) हैं

अतः 12, 24, 24, 48 समानुपात में हैं ।

द्वितीय विधि :

बाह्य पदों का गुणनफल = $12 \times 48 = 576$

मध्यपदों का गुणनफल = $24 \times 24 = 576$

यहाँ हम देखते हैं कि बाह्य पदों का गुणनफल = मध्यपदों का गुणनफल

अतः 12, 24, 24, 48 समानुपात में हैं

अर्थात् 12 : 24 :: 24 : 48

उदाहरण 13. 15 : 18 :: 45 : 54 की सत्यता की जाँच कीजिए।

हल : बाह्य पदों का गुणनफल = $15 \times 54 = 810$

मध्य पदों का गुणनफल = $18 \times 45 = 810$

अर्थात् बाह्य पदों का गुणनफल = मध्यपदों का गुणनफल

अतः 15 : 18 :: 45 : 54 लिखना सत्य है ।

समानुपात के प्रश्नों में अज्ञात पद ज्ञात करना

निम्नांकित समानुपात में दूसरा पद ज्ञात नहीं है

8 : ☐ :: 7 : 14

अतः दूसरे अज्ञात पद के लिए x अक्षर संख्या लिखकर समानुपाती पदों को नीचे इस प्रकार लिखते हैं

$8 : x :: 7 : 14$

बाह्य पदों का गुणनफल = $8 \times 14 = 112$

मध्य पदों का गुणनफल = $x \times 7 = 7x$

चूंकि x मध्यपदों में स्थित है अतः समानुपात में होने के लिए

मध्य पदों का गुणनफल = बाह्य पदों का गुणनफल

अतः $7x = 112$

$$x = \frac{112}{7} = 16$$

$$x = 16$$

प्रयास कीजिए :

(i) x का मान 16 लेकर समानुपात $8 : x :: 7 : 14$ में x का मान प्रतिस्थापित कीजिए और सत्यता की परख कीजिए ।

(ii) चार समानुपाती पदों में मध्य पदों का गुणनफल 36 है। यदि बाह्य पदों में एक पद 3 हो तो दूसरा बाह्य पद क्या होगा ?

उदाहरण 14. क्या अनुपात 25 ग्रा : 30 ग्रा और 40 किग्रा : 48 किग्रा समानुपात में हैं ?

हल : 25ग्रा : 30 ग्रा = $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$ = 5 : 6

40 किग्रा : 48 किग्रा = $\frac{40}{48} = \frac{5}{6}$ = 5 : 6

इसलिए 25 : 30 = 40 : 48

अतः अनुपात 25 ग्राम : 30 ग्राम और 40 किग्रा : 48 किग्रा समानुपात में हैं।

उदाहरण 15. क्या 30 सेमी का 3मीटर से और 18 सेकेण्ड का 5 मिनट से अनुपात समानुपात में हैं?

हल : 30 सेमी का 3 मीटर से अनुपात = 30: 3 ×100 (1 मीटर = 100 सेमी) = 1:10

18 सेकेण्ड का 5 मिनट से अनुपात = 18 : 5×60 (1 मिनट = 60 सेकेण्ड)

= 3 : 50

यहाँ 1:10 ≠ 3 : 50 अतः दिए हुए अनुपात समानुपात में नहीं हैं ।

उदाहरण 16. कल्पना ने ₹ 20 में 4 कलम खरीदे और अनुराधा ने ₹ 80 में 16 कलम खरीदे। किसके कलम मँहगे थे ?

हल : कल्पना द्वारा खरीदी गईं कलमों की संख्या और अनुराधा द्वारा खरीदी गईं कलमों की संख्या का अनुपात

4:16 = 1:4

उनके मूल्यों का अनुपात 20 : 80 = 1 : 4

4 :16 और 20 : 80 समान हैं । इस प्रकार दोनों ने समान मूल्य के कलम खरीदे ।

अभ्यास 12 (c)

निम्नलिखित प्रश्न संख्या 1 में चार उत्तर और 2 में चार उत्तर दिए गये हैं । सही उत्तर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

1. समानुपाती पदों 20: 30 :: 60: 90 में

(i) 20 और 60 मध्यपद हैं ।

(ii) 30 और 90 बाह्य पद हैं ।

(iii) 20 और 30 बाह्य पद हैं ।

(iv) 30 और 60 मध्य पद हैं ।

2. 25, 75, 500, 1000 समानुपात में नहीं हैं क्योंकि :

(i) यहाँ कोई बाह्य पद नहीं है ।

(ii) बाह्य पदों का गुणनफल = मध्यपदों का गुणनफल नहीं है ।

(iii) बाह्य पदों का गुणनफल = मध्यपदों का गुणनफल है।

(iv) मध्यपदों का गुणनफल 3750 है ।

3. नीचे लिखे समानुपाती पदों में x का मान निकालिए :

(i) $x : 10 :: 20 : 40$ (ii) $16 : 8 :: 8 : x$

(iii) $30 : 120 :: x : 300$ (iv) $2.5 : x :: 1.25 : 2.5$

4. निम्नांकित कथन सत्य है या असत्य, लिखिए :

(i) 1 : 2 :: 2 : 4

(ii) अनुपात 3 : 4 और अनुपात 3 : 5 समानुपात में हैं ।

(iii) 3 पुस्तकें : 12 भैंसे :: 4 गायें : 16 कलम

(iv) चार समान मात्रक के पद समानुपात में तभी होंगे, जब चरमपदों का गुणनफल = मध्यपदों का गुणनफल।

5. एक आयताकार कमरे की लम्बाई और चौड़ाई में 5 : 4 का अनुपात है । यदि कमरे की लम्बाई 15 मीटर हो तो चौड़ाई बताइए ।

6. 15 अगस्त को विद्यालय में बाँटने के लिए लड्डू बनवाया गया । लड्डू बनाने में प्रयुक्त बेसन और चीनी में 1 : 3 का अनुपात है । यदि बेसन कुल 21 किग्रा लगा हो तो चीनी की मात्रा बताइए ।

7. यदि 6, 18, x , 15 समानुपात में हैं तो x का मान क्या होगा ?

8. लखनऊ से कानपुर की दूरी और लखनऊ से इलाहाबाद के बीच की दूरी में 3 : 8 का अनुपात हो और लखनऊ से इलाहाबाद के बीच की दूरी 200 किमी हो तो लखनऊ से कानपुर के बीच की दूरी क्या होगी?

9. एक विद्यालय के लड़के और लड़कियों ने अलग-अलग 2 : 3 के अनुपात में पौधे लगाये । यदि विद्यालय में कुल 1500 पौधे लगाये गए हों तो लड़के और लड़कियों द्वारा लगाये गए पौधों की संख्या अलग-अलग निकालिए ।

10. गौरव ने ₹ 70 में 10 किग्रा अमरूद बेचे तथा आरिफ ने 5 किग्रा अमरूद ₹ 35में बेचे । किसका अमरूद सस्ता है ? यदि ऐसा है तो वे किस भाव में अमरूद बेच रहे हैं ? क्या दोनों अमरूद एक ही भाव में बेच रहे हैं ?

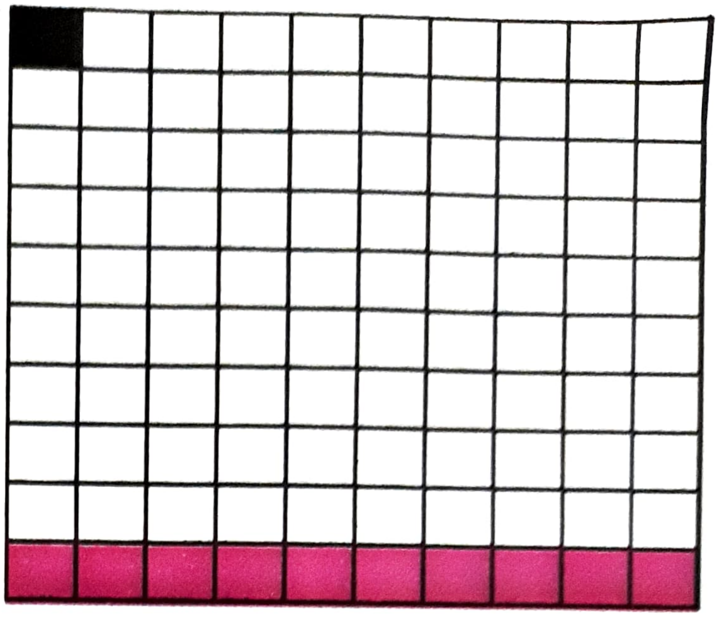
12.4 प्रतिशतता :

अग्रांकित चित्र को देख कर बताइए :

- कुल कितने वर्ग हैं ?
- काले रंग से रंगा हुआ एक वर्ग कुल वर्गों

का कौन सा-भाग है ?

- लाल रंग से कितने वर्ग रंगे हैं ?
- लाल रंग से रंगे 10 वर्ग पूरे खानों का कौन सा भाग है ?



हम देखते हैं कि :

काले रंग से रंगा एक वर्ग पूरे वर्ग का एक सौवाँ भाग है । इसी प्रकार, लाल रंग से रंगे 10 वर्ग पूरे का 10 सौवां भाग है ।

एक सौवां को हम $\frac{1}{100}$ या 1 प्रतिशत कहते हैं।

इसी प्रकार 10 सौवें भाग को $\frac{10}{100}$ या 10 प्रतिशत कहते हैं । **प्रतिशत को चिह्न '%' से प्रदर्शित करते हैं ।**

इसे भी देखिए :

100 में से 8 $= \frac{8}{100}$ या, $8 \times \frac{1}{100} = 8\%$

$\frac{5}{50} = \frac{5 \times 2}{50 \times 2} = \frac{10}{100}$ या, $10 \times \frac{1}{100} = 10\%$

इसी प्रकार

$80\% = \frac{80}{100} = 80 \times \frac{1}{100}$

$35.5\% = \frac{35.5}{100} = 35.5 \times \frac{1}{100}$

यहाँ हमने देखा कि :

- $\frac{1}{100}$ को प्रतिशत के चिह्न (%) के रूप में लिखा जाता है ।
- 100 का 8% = 8, यहाँ 100 के आधार पर प्रतिशतता 8 है ।

आइए हम देखें प्रतिशत को भिन्न में कैसे बदलते हैं -

देखिए :

$30\% = 30 \times \frac{1}{100} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

$$40\% = 40 \times \frac{1}{100} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

$$35\% = 35 \times \frac{1}{100} = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$$

ध्यान दीजिए :

> **प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए प्रतिशत की संख्या में प्रतिशत के चिह्न (%) के स्थान पर $\frac{1}{100}$ से गुणा करके सरल कर लेते हैं ।**

भिन्न को प्रतिशत में बदलना

उदाहरण 17 : भिन्न $\frac{3}{20}$ को प्रतिशत में बदलिए ।

हल : $\frac{3}{20} = \frac{3}{20} \times \frac{100}{100}$ (क्योंकि अंश और हर दोनों में समान संख्या का गुणा करने पर मान अपरिवर्तित रहता है।

$$= \left(\frac{3}{20} \times 100\right) \times \frac{1}{100} = \left(\frac{3}{20} \times 100\right)\%$$

$= 15\%$

नोट : $\frac{3}{20}$ के हर और अंश में 5 का गुणा करके भी 15% में बदल सकते हैं ।

उदाहरण 18. एक दुकानदार के पास 40 आइसक्रीम के कप थे । 25 कप बिक गये । कुल कितने प्रतिशत कप बिके ?

हल : बिका हुआ भाग $= \frac{25}{40} = \frac{25}{40} \times \frac{100}{100} = \left(\frac{25}{40} \times 100\right) \times \frac{1}{100}$

$$= 62.5 \times \frac{1}{100} = 62.5\%$$

ध्यान दीजिए :

> **भिन्न को प्रतिशत में बदलने के लिए भिन्न को ऐसी समतुल्य भिन्न में बदलते हैं, जिसका हर 100 हो । $\frac{1}{100}$ के स्थान पर % का चिह्न लगा देते हैं।**

अभ्यास 12 (d)

1. निम्नांकित में 100 के आधार पर प्रतिशतता बताइए :

(i) 18% (ii) 24% (iii) 47% (iv) 63%

2. निम्नांकित को भिन्न के सरलतम रूप में लिखिए :

(i) 12% (ii) 15% (iii) 75% (iv) 35%

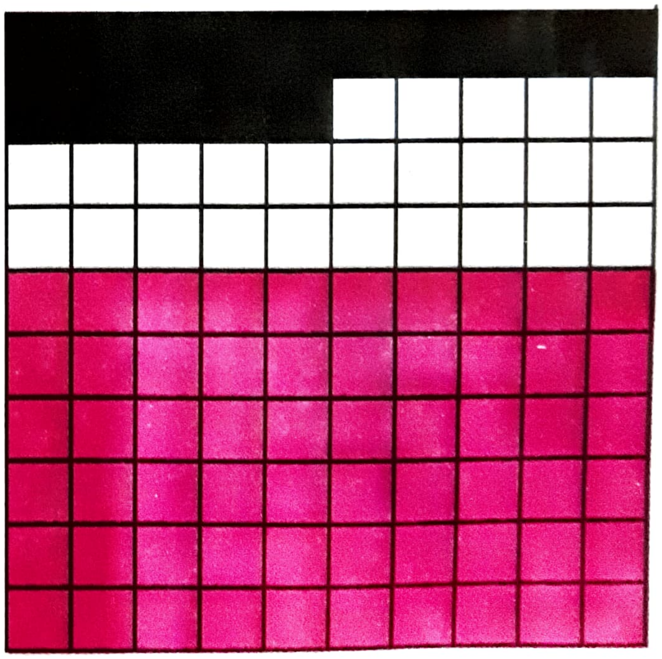
3. निम्नांकित भिन्नों को प्रतिशत में प्रदर्शित कीजिए :

(i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{3}{20}$ (iii) $\frac{2}{5}$ (iv) $\frac{3}{4}$

4. नीचे की तालिका में रिक्त स्थानों की पूर्ति अपनी अभ्यास पुस्तिका में कीजिए :

क्रमांक	भिन्न रूप	प्रतिशत
1.	–	25%
2.	$\frac{3}{4}$	–
3.	–	16%
4.	$\frac{2}{5}$	–

प्रतिशत को दशमलव भिन्न में बदलना :



देखिए :

1. 15 काले वर्ग पूरे वर्गों का

15 सौवां भाग = 15% = $\frac{15}{100}$

= 0.15

2. 60 लाल वर्ग पूरे वर्गों का

60 सौवां भाग = 60% = $\frac{60}{100}$

= 0.60

इसी प्रकार

$$75\% = 75 \times \frac{1}{100} = \frac{75}{100} = 0.75$$

उदाहरण 19. 65% को दशमलव भिन्न में बदलिए ।

हल : $65\% = 65 \times \frac{1}{100} = \frac{65}{100} = 0.65$

प्रयास कीजिए :

• निम्नांकित सारणी में रिक्त स्थानों की पूर्ति अपनी अभ्यास पुस्तिका में कीजिए ।

प्रतिशत	45%	36%	78%	90%	12.5%	2.5%	200%	125%	...
दशमलव भिन्न	0.45	...	...	...	...	...	...	...	0.5

प्रतिशत को दशमलव में बदलने के लिए % के चिह्न को हटाकर दो अंक बायीं ओर दशमलव खिसका देते हैं ।

दशमलव को प्रतिशत में बदलना :

0.25 को प्रतिशत में बदलिए ।

$0.25 = 0.25 \times \frac{100}{100} = (.25 \times 100) \times \frac{1}{100}$

$= (0.25 \times 100)\ \% = 25\%$

इसी प्रकार

$0.085 = 0.085 \times \frac{100}{100} = (0.085 \times 100) \times \frac{1}{100}$

$= (0.085 \times 100)\ \% = 8.5\%$

दशमलव संख्या को प्रतिशत में बदलने के लिए दशमलव को दो स्थान दायीं ओर खिसकाते हुए संख्या को प्रतिशत के चिह्न के साथ लिखते हैं ।

अभ्यास 12 (e)

1. निम्नलिखित को दशमलव में बदलिए :

   (i) 25% (ii) 35%

   (iii) 30% (iv) 80%

2. निम्नलिखित को प्रतिशत में बदलिए :

   (i) 0.12 (ii) 0.03

   (iii) 0.025 (iv) 1.25

3. नीचे दी गयी तालिका में रिक्त स्थानों की पूर्ति अपनी अभ्यास पुस्तिका में कीजिए ।

क्रमांक	भिन्न रूप	दशमलव	प्रतिशत
1.	$\frac{2}{20}$	–	–
2.	–	.3	–
3.	–	–	80%
4.	–	0.08	–
5.	–	–	5%

प्रतिशत के अनुसार किसी संख्या का मान ज्ञात करना -

आइए हम किसी राशि का दिये गये प्रतिशत के अनुसार मान ज्ञात करने की विधि को जानें

500 का 35% कितना होगा ?

यहाँ 500 दिया गया है, इसका 35% ज्ञात करना है।

$$500 \text{ का } 35\% = 500 \times 35\% = 500 \times 35 \times \frac{1}{100} = 175$$

इसी प्रकार $\quad 360 \text{ का } 30\% = 360 \times 30\% = 360 \times 30 \times \frac{1}{100} = 108$

उदाहरण 20. श्रुति ने 65% अंक वार्षिक परीक्षा में प्राप्त किये । यदि पूर्णांक 500 रहा हो, तो श्रुति को कितने अंक मिले ?

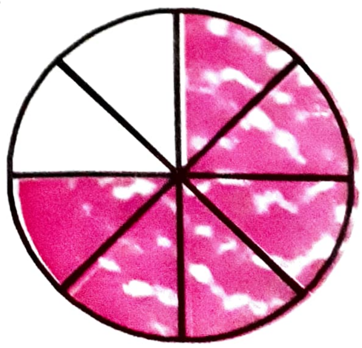
हल : श्रुति का प्राप्तांक = 500 का 65% = 500 × 65%

$$= 500 \times 65 \times \frac{1}{100} = 325$$

एक राशि को दूसरी राशि के प्रतिशत के रूप में प्रदर्शित करना

पार्श्वांकित चित्र देखिए :

- चित्र का कितने प्रतिशत भाग छायांकित है ?



हम देखते हैं कि वृत्त के 8 भागों में से 6 भाग अर्थात् $\frac{6}{8}$ भाग छायांकित है।

$$\frac{6}{8} = \frac{6}{8} \times \frac{100}{100} = \frac{6}{8} \times 100 \times \frac{1}{100}$$

$$= \left(\frac{6}{8} \times 100\right)\% = 75\%$$

उदाहरण 21. प्रतीक्षा ने वार्षिक परीक्षा में 700 में से 490 अंक प्राप्त किये । उसे कुल कितने प्रतिशत अंक मिले?

हल : प्रतीक्षा को मिले अंकों का प्रतिशत $= \frac{490}{700} \times \frac{100}{100} = \left(\frac{490}{700} \times 100\right) \times \frac{1}{100}$

$$= \left(\frac{490}{700} \times 100\right)\% = 70\%$$

उदाहरण 22. एक विद्यालय में 500 बच्चे हैं । इनमें से वार्षिक परीक्षा में 375 बच्चे उत्तीर्ण हुए । दूसरे विद्यालय में 800 बच्चे हैं, जिनमें से वार्षिक परीक्षा में 500 बच्चे उत्तीर्ण हुए । किस विद्यालय का परीक्षाफल अधिक अच्छा रहा ?

हल : पहले विद्यालय के बच्चों का उत्तीर्ण प्रतिशत $= \frac{375}{500} \times \frac{100}{100} = \frac{375}{500} \times 100 \times \frac{1}{100}$

$$= \left(\frac{375}{500} \times 100\right)\% = 75\%$$

दूसरे विद्यालय के बच्चों का उत्तीर्ण प्रतिशत $= \frac{500}{800} \times \frac{100}{100} = \frac{500}{800} \times 100 \times \frac{1}{100}$

$$= \left(\frac{500}{800} \times 100\right)\% = 62.5\%$$

इस प्रकार पहले विद्यालय का परीक्षाफल अधिक अच्छा रहा ।

अभ्यास 12 (f)

1. कितना होगा ?
   (i) 250 का 30% (ii) 300 का 40%
   (iii) 120 किग्रा का 45% (iv) 678 लीटर का 75%
2. कितने प्रतिशत होगा ?
   (i) 144 में से 48 (ii) 220 किग्रा में से 55 किग्रा
   (iii) ₹ 5 का 25 पैसा (iv) 18 किग्रा का 450 ग्राम
3. एक परीक्षा में 75% बच्चे उत्तीर्ण हुए। यदि परीक्षा में 1500 बच्चे बैठे हों, तो कुल कितने बच्चे उत्तीर्ण हुए ?
4. एक विद्यालय में 2800 बच्चे हैं। उनमें से 980 लड़कियाँ हैं । विद्यालय में कितने प्रतिशत लड़के हैं ?
5. एक रिपोर्ट के अनुसार ग्रामीण क्षेत्रों में बच्चों के लिए घातक 10 बीमारियों में से 5 बीमारियाँ प्रदूषित जल के कारण होती है, तो बताइए कि कितने प्रतिशत बीमारियाँ प्रदूषित जल के कारण होती हैं?

6. किसी विद्यालय में 400 बालिकाएँ हैं, किन्तु किन्हीं कारणों के कारण लगभग 12 प्रतिशत बालिकाएँ विद्यालय छोड़ देती हैं, तो बताइए कितनी बालिकाएँ विद्यालय छोड़ देती हैं?

7. एक रक्तदान शिविर में 300 सदस्य स्वेच्छा से रक्तदान करते हैं। यदि उस क्षेत्र की कुल जनसंख्या के केवल 30% लोगों ने ही रक्तदान किया हो, तो रक्तदान न करने वाले लोगों की संख्या ज्ञात कीजिए।

8. ग्रामीण शौचालय निर्माण योजनान्तर्गत सरकार गरीबी रेखा के नीचे के प्रति परिवार को ₹ 9000 का अनुदान दे रही है। यदि किसी गाँव में इस योजना के अन्तर्गत कुल ₹ 10,80,000 वितरित किये गये हों, तो उस गाँव में कितने प्रतिशत परिवार लाभान्वित हुए? जबकि उस गाँव में कुल 200 परिवार निवास करते हैं।

9. किसी नगरपालिका में कुल 40वार्ड हैं। पूरे नगर में मच्छर उन्मूलन योजनान्तर्गत, फागिंग पर प्रतिवर्ष प्रतिवार्ड में ₹ 2500 व्यय करने का प्रावधान है। यदि सामान्य स्वास्थ्य पर एक करोड़ रुपये का बजट स्वीकृत हो, तो मच्छर उन्मूलन पर इस स्वीकृत राशि का कितने प्रतिशत धन खर्च किया जा रहा है?

10. एक बालिका विद्यालय की 16% बालिकाएँ रक्ताल्पता से पीड़ित हैं। यदि किसी माह में स्वास्थ्य विभाग द्वारा ऐसी बालिकाओं को 30 गोलियाँ प्रति बालिका की दर से आयरन की कुल 1920 गोलियाँ वितरित की गयीं, तो विद्यालय में शिक्षा ग्रहण करने वाली सभी बालिकाओं की संख्या क्या है ?

बढ़ा हुआ प्रतिशत ज्ञात करना :

उदाहरण 23. डीजल का मूल्य ₹ 27.50 प्रति लीटर था । अब उसका मूल्य बढ़कर ₹ 33.00 प्रति लीटर हो गया। डीजल के मूल्य में कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई ?

हल : डीजल का बढ़ा मूल्य = वर्तमान मूल्य प्रति लीटर — पहले का मूल्य प्रति लीटर

₹ (33.00—27.50) प्रति लीटर = ₹ 5.50 प्रति लीटर

$$\text{मूल्य में प्रतिशत वृद्धि} = \frac{\text{मूल्य में वृद्धि (बढ़ा मूल्य)}}{\text{पहले का मूल्य}} \times 100$$

$$= \frac{5.50}{27.50} \times 100 = \frac{550}{27.50}$$

$\therefore$ मूल्य में वृद्धि = 20%

आइए हम जानें कि मूल्य में प्रतिशत वृद्धि कैसे ज्ञात करते हैं

पहले बढ़ा हुआ मूल्य ज्ञात कर लेते हैं ।
फिर पहले के मूल्य से भाग देते है ।
अब भागफल या प्राप्त भिन्न को प्रतिशत में बदलते हैं ।

उदाहरण 24. एक नगर की जनसंख्या 1981 की जनगणना में 5, 17, 524 थी । 1991 की जनगणना में यह जनसंख्या 6, 46, 905 हो गयी । नगर की जनसंख्या कितने प्रतिशत बढ़ गयी ?

हल : 1991 में जनसंख्या = 6,46,905

1981 में जनसंख्या = 5,17,524

अतः जनसंख्या में वृद्धि = 6,46,905-5,17,524 = 1,29,381

जनसंख्या में प्रतिशत वृद्धि $= \frac{\text{जनसंख्या में वृद्धि}}{\text{पहले की जनसंख्या}} \times 100$

$$= \frac{1,29,381}{5,17,524} \times 100$$

$$= \frac{1,29,38100}{5,17,524} = 25$$

नगर की जनसंख्या 25% बढ़ गयी ।

घटा हुआ प्रतिशत ज्ञात करना :

उदाहरण 25. चीनी का मूल्य ₹ 16.00 प्रति किग्रा था। उसका मूल्य घटकर ₹ 14.00 प्रति किग्रा हो गया । चीनी के मूल्य में कितने प्रतिशत की कमी हुई ?

हल : चीनी के मूल्य में कमी = ₹ (16.00 - 14.00) प्रति किग्रा = ₹ 2.00 प्रति किग्रा

चीनी के मूल्य में प्रतिशत कमी $= \frac{\text{मूल्य में कमी}}{\text{पहले का मूल्य}} \times 100$

$$= \frac{2}{16} \times 100 = 12.50$$

इस तरह हमने देखा

$$\text{बढ़ा \%} = \frac{\text{बढ़ा मूल्य}}{\text{पहले का मूल्य}} \times 100$$

$$\text{घटा \%} = \frac{\text{घटा मूल्य}}{\text{पहले का मूल्य}} \times 100$$

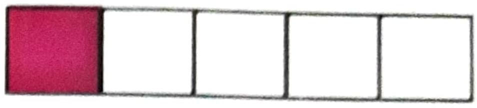
अभ्यास 12 (g)

1. कितना होगा ?

   (i) रु. 150 का 12%
   (ii) 60 किग्रा का 40%
   (iii) 2.5 मीटर का 15%
   (iv) 1250 लीटर का 75%

2. चित्र को देखिए और बताइए -

   (i) छायांकित भाग पूरे का कौन-सा भाग है ?
   (ii) छायांकित भाग पूरे का कितने प्रतिशत है ?



3. निम्नलिखित को प्रतिशत में बदलिए -

   (i) $\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{3}{8}$ (iii) $\frac{3}{25}$ (iv) $1\frac{3}{5}$

4. निम्नांकित को दशमलव भिन्न में बदलिए -

   (i) 12.5% (ii) 45% (iii) 62.5% (iv) 85%

5. रिक्त स्थानों की पूर्ति अपनी उत्तर पुस्तिका में करें :

क्रमांक	भिन्न रूप	दशमलव रूप	प्रतिशत रूप	प्रतिशतता
(i)	$\frac{2}{5}$	—	—	
(ii)	—.	.04	—	—
(iii)	—	—	40.5%	—
(iv)	—	—	—	8

6. कितना प्रतिशत होगा ?

   (i) ₹ 50 का ₹ 10
   (ii) 90 मीटर का 22.5 मीटर
   (iii) 450 किग्रा का 135 किग्रा
   (iv) 1000 लीटर का 42 लीटर

प्रश्न 7 से 9 तक उत्तर का सही विकल्प छाँटिए :

7. एक टेम्पो 25 किमी प्रति घण्टा की चाल से जा रहा था । उसकी चाल 5% बढ़ गयी । अब उसकी चाल होगी -

   (क) 30 किमी प्रति घण्टा
   (ख) 105 किमी प्रति घण्टा
   (ग) 26.25 किमी प्रति घण्टा
   (घ) 23.75 किमी प्रति घंटा

8. अप्रैल माह की 10 तारीख को किसी स्थान का तापमान 40^0C था । अगले दिन बरसात होने के कारण तापमान 30% गिर गया । अब तापमान होगा-

   (क) 70^0C (ख) 10^0C (ग) 12^0C (घ) 28^0C

9. एक वस्तु का मूल्य ₹ 800 था । इसमें 8% की कमी हो गयी । अब नया मूल्य होगा -

(क) ₹ 64 (ख) ₹ 736

(ग) ₹ 864 (घ) ₹ 792

10. एक गाँव में 15% लोग निरक्षर हैं । यदि गाँव की जनसंख्या 2400 हो, तो गाँव में कुल कितने लोग निरक्षर हैं ?

11. रहीम ने गणित में 50 में से 33 अंक प्राप्त किये तथा हिन्दी में 60 में से 36 अंक । रहीम को किस विषय में अच्छे अंक मिले ?

12. एक गाँव में 2500 पुरुष और 2400 महिलाएँ हैं । दूसरे गाँव में 4000 पुरुष और 3600 महिलाएँ हैं । किस गाँव में महिलाओं का प्रतिशत अधिक है ?

13. अकरम ने एक विषय में 20 में से 12 अंक प्राप्त किये। उसने कितने प्रतिशत अंक प्राप्त किये?

14. एक उद्यान में 37.5% पेड़ जामुन के हैं । शेष पेड़ आम के हैं । यदि उद्यान में पेड़ों की कुल संख्या 400 हो, तो आम के पेड़ों की संख्या कितनी होगी ?

15. मदन ने बाजार से 90 सेब खरीदे । यदि 20% सेब खराब निकल गये, तो कितने अच्छे सेब बचे ?

16. एक शिविर में 600 सैनिक थे । 60 सैनिक और आ गये । सैनिकों में कितने प्रतिशत की वृद्धि हो गयी?

17. एक खम्भा 16 मीटर लम्बा है । इसका 40% भाग लाल, 25% भाग काला और शेष पीला रंगा है । पीला रँगा हुआ भाग कितने मीटर होगा ?

18. एक गाँव की जनसंख्या में 12% की कमी हो जाती है । यदि गाँव की जनसंख्या 25000 हो, तो जनसंख्या में कमी होने के बाद गाँव में कितने लोग होंगे ?

19. एक चुनाव क्षेत्र में 80,000 मतदाता थे । दो प्रत्याशियों में से एक प्रत्याशी को डाले गये मतों का 60% मत मिले । यदि कुल 80% मत पड़े हों, तो दूसरे प्रत्याशी को कितने मत मिले ?

20. एक छड़ 72 सेमी लम्बी थी । इसमें से 9 सेमी काटकर खूँटी बना दी गयी । छड़ अब कितने प्रतिशत छोटी हो गयी ?

21. एक विद्यालय में कक्षा 6 के बच्चों की संख्या विद्यालय के कुल बच्चों की संख्या का 15% है । यदि कक्षा 6 के बच्चों की संख्या 51 हो, तो विद्यालय में कुल कितने बच्चे हैं ?

22. ग्रामीण विद्युतीकरण परियोजना के अन्तर्गत किसी बस्ती में प्रति परिवार 2 बल्ब जलाने और एक पंखा चलाने पर प्रतिमाह बिजली पर औसतन खर्च ₹ 180 आता है। यदि विद्युत उत्पादन का व्यय 20% बढ़ जाए तो प्रति परिवार बिजली का खर्च प्रतिमाह कितने रुपये हो जाएगा?

12.5. लाभ-हानि :

खरीद फरोख्त हमारे दैनिक जीवन की सामान्य प्रक्रिया है। कोई वस्तु जितने में खरीदी जाती है, उसे क्रय मूल्य कहते हैं तथा जितने में बेची जाती है उसे विक्रय मूल्य कहते हैं। सामान्यतः यह स्पष्ट है कि किसी वस्तु का क्रय मूल्य विक्रय मूल्य से कम हो तो वस्तु के बेचने में लाभ होता है और लाभ विक्रय मूल्य और क्रय मूल्य के अन्तर के बराबर होता है। इसे इस प्रकार लिखते हैं :

लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य

यदि वस्तु का विक्रय मूल्य क्रय मूल्य से कम होता है तो वस्तु के बेचने में हानि होती है और यह हानि क्रय मूल्य और विक्रय मूल्य के अन्तर के बराबर होता है। इसे इस प्रकार लिखते हैं :

हानि = क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य

लाभ और हानि क्रय मूल्य पर ही निर्धारित किये जाते हैं।

आइए हम क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य,लाभ और हानि के सम्बन्धों पर विचार करें। ऊपर हम जाँच कर चुके हैं कि जब विक्रय मूल्य > क्रय मूल्य तब वस्तु के विक्रय करने पर लाभ होता है। लाभ = विक्रय मूल्य — क्रय मूल्य

जब विक्रय मूल्य < क्रय मूल्य तब वस्तु के विक्रय करने पर हानि होती है।

हानि = क्रय मूल्य — विक्रय मूल्य

उदाहरण 26. रमेश ने एक पुरानी साइकिल ₹ 650 में खरीदी और उसकी मरम्मत पर ₹ 150 खर्च किये। उसने साइकिल को ₹ 825 में बेच दी । उसे कुल कितना लाभ हुआ ?

साइकिल का क्रय मूल्य = ₹ 650

मरम्मत में खर्च = ₹ 150

लागत मूल्य = ₹ (650 + 150) = ₹ 800

साइकिल का विक्रय मूल्य = ₹ 825

लाभ = विक्रय मूल्य - लागत मूल्य

= ₹ (825 - 800) = ₹ 25

इस प्रकार सामान बेचने से पहले उस पर अतिरिक्त व्यय जैसे-मजदूरी, वाहन शुल्क, मरम्मत आदि लगते हैं, उन्हें 'उपरिव्यय' (Over head charges) कहते हैं । ये 'उपरिव्यय' क्रय मूल्य के भाग बन जाते हैं । अतः उपरिव्यय की दशा में लागत मूल्य इस प्रकार है -

लागत मूल्य = वस्तु खरीदते समय भुगतान की गई राशि + उपरिव्यय

अभ्यास 12 (h)

1. निम्नांकित सारणी में रिक्त स्थानों को अपनी अभ्यास पुस्तिका में भरिए -

क्रम संख्या	क्रय मूल्य रुपयों में	विक्रय मूल्य रुपयों में	लाभ रुपयों में	हानि रुपयों में
1	100	115	☐	—
2	☐	1500	300	—
3	700	☐	—	150
4	1200	1100	—	☐

2. रहीम ने एक घड़ी ₹ 1400 में खरीदकर ₹ 1600 में बेच दी । उसे कितना लाभ हुआ?

3. गीता ने एक साड़ी ₹ 750 में बेची, इसमें ₹ 125 की हानि हुई । साड़ी का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

4. एक किसान ने एक गाय ₹ 13000 में खरीदी और उसे ₹ 2500 की हानि उठाकर बेच दी। किसान ने गाय कितने रुपये में बेंची ?

5. हरीश ने एक पुरानी स्कूटर ₹ 7000 में खरीदी और ₹ 600 उसकी मरम्मत में खर्च किया। बताइए स्कूटर का लागत मूल्य क्या है ?

6. डेविड ने एक मकान ₹ 48000 में खरीदा । उसने उसकी रंगाई-पोताई और साज-सज्जा में ₹ 2000 खर्च किया । उसने उस मकान को ₹ 55000 में बेंच दिया । बताइए उसे कितना लाभ हुआ ?

12.5.1 लाभ-प्रतिशत, हानि-प्रतिशत :

* शिक्षक छात्रों द्वारा दुकानदार और ग्राहक का अभिनय कराकर लाभ-हानि तथा उधार आदि की अवधारणा को विकसित करेंगे।

उदाहरण 27. एक पुस्तक विक्रेता ने एक पुस्तक ₹ 20 में खरीद कर ₹ 21 में बेच दी और दूसरे पुस्तक विक्रेता ने एक पुस्तक ₹ 50 में खरीद कर ₹ 51 में बेच दी । सोचिए -

(i) पहले पुस्तक विक्रेता को कितना लाभ हुआ ?

(ii) दूसरे पुस्तक विक्रेता को कितना लाभ हुआ ?

(iii) किस पुस्तक विक्रेता का व्यापार अधिक लाभ प्रद है ?

पहले पुस्तक विक्रेता के लिए ;

क्रय मूल्य = ₹ 20

विक्रय मूल्य = ₹ 21

लाभ = ₹ (21-20) = ₹ 1

इसी प्रकार दूसरे पुस्तक विक्रेता के लिए

क्रय मूल्य = ₹ 50

विक्रय मूल्य = ₹ 51

लाभ = ₹ (51-50) = ₹1

आप देख रहे हैं कि दोनों विक्रेताओं को समान लाभ हो रहा है । ऐसी स्थिति में क्या यह सही होगा कि दोनों का व्यापार बराबर और ठीक चल रहा है ? नहीं, आखिर क्यों? अब विचार कीजिए, सोचिए । क्या दोनों का पूँजी निवेश कुल लाभ लेने के लिए समान रूप से हुआ है ? नहीं । लाभ तो समान है परन्तु पूँजी निवेश अलग-अलग है। पहले पुस्तक विक्रेता ने ₹ 20 लगाकर ₹ 1 कमाया दूसरे ने ₹ 50 अर्थात् पहले विक्रेता से ढाई गुना अधिक पूँजी लगाकर वही ₹ 1 लाभ अर्जित किया । आप समझ गये होंगे कि कौन विक्रेता लाभ में है । स्पष्ट है कि पहला पुस्तक विक्रेता दूसरे से अधिक लाभान्वित है क्योंकि वह कम पूँजी में वही लाभ ले रहा है जो दूसरा पुस्तक विक्रेता पहले विक्रेता से अधिक पूँजी लगाकर पा रहा है।

प्रयास कीजिए :

(i) रमेश ने ₹ 10 की पेंसिल ₹ 15 में तथा अनवर ने ₹ 30 की पेंसिल को ₹ 35 में बेचा । किसने अधिक लाभ कमाया और क्यों ?

(ii) एक नींबू विक्रेता ने ₹ 5 में 4 नींबू खरीदा और ₹ 4 में 5 नींबू बेचा । सोचिए विक्रेता लाभ में है या हानि में ?

(iii) आप अपनी कक्षा के कुछ साथियों को लें और उनसे पूँजी निवेश के अलग-अलग अर्थात् कुछ से कम और कुछ से ज्यादा निवेश के उदाहरण लेकर विक्रय मूल्य की संकल्पना करें, करायें तथा लाभ, हानि निकलवायें ।

आइए, विचार करें कि क्या समान पूँजी (समान लागत मूल्य) लगाने पर समान लाभ मिलेगा ? अलग-अलग पूँजी लगाने पर अलग -अलग लाभ अथवा हानि होगी ? उत्तर में कहना होगा - कभी हाँ तो कभी ना । एक उदाहरण लेते हैं - अम्बिका के पिता ने एक गाय ₹ 1500 में खरीदी और ₹ 1,800 में बेच दी, अम्बिका के चाचा ने भी ₹ 1500 की एक गाय खरीदी किन्तु गाय की सींग टूट जाने के कारण उसे बेचने पर चाचा को ₹ 1200 ही मिले । लागत मूल्य (निवेशित पूँजी) समान होते हुए भी एक को लाभ तो दूसरे को हानि ।

पूँजी निवेश का एक और ढंग है - अनुपात में पूँजी लगाना । जब पूँजी अनुपात में होगी तो लाभ, हानि का बंटवारा कैसे होगा ? विचार कीजिए । जैसे गणेश और गोविन्द ने एक व्यापार में 2 : 3 में पूँजी लगाई और वर्ष के अन्त में ₹ 500 का लाभ दोनों में कैसे बटेगा? क्या समान लाभ बाँटना उचित होगा ? कदापि नहीं। समझिए 2:3 के अनुसार गणेश को 2 मिले तो गोविन्द को 3 अर्थात् कुल लाभ का गणेश को $\frac{2}{5}$ तथा गोविन्द को $\frac{3}{5}$ भाग मिलेगा । गणेश को लाभ का $\frac{2}{5}$ अर्थात् ₹ 500 का $\frac{2}{5}$ = ₹ 200 मिलेगा । गोविन्द को कितना लाभ मिलेगा और यह लाभ पूरे लाभ का कौन भाग होगा ? निकालिए ।

आप सीख चुके हैं :-

(i) दो या दो से अधिक अनुपातों की तुलना करना

(ii) ऐकिक नियम (Unitary method)से अनुपात अथवा भिन्नों की समानता या असमानता ज्ञात करना। अब हम 1 इकाई से बढ़कर 100 इकाई पर आधारित गणना सीखेंगे । इस परिच्छेद के प्रारम्भ के उदाहरण को लें : -

पहले पुस्तक विक्रेता के लिए :

₹ 20 क्रय मूल्य पर लाभ = ₹ 1

∴ ₹ 1 क्रय मूल्य पर लाभ = ₹ $\frac{1}{20}$

∴ ₹ 100 क्रय मूल्य पर लाभ = ₹ $(\frac{1}{20} \times 100)$

= ₹ 5

∴ लाभ = 5%

दूसरे पुस्तक विक्रेता के लिए

₹ 50क्रय मूल्य पर लाभ	= ₹ 1
∴ ₹ 1 क्रय मूल्य पर लाभ	= ₹ $\frac{1}{50}$
∴ ₹ 100 क्रय मूल्य पर लाभ	= ₹ $(\frac{1}{50} \times 100)$
	= ₹ 2
∴ लाभ	= 2%

इस प्रकार से स्पष्ट है कि :

पहले पुस्तक विक्रेता का लाभ = 5%

दूसरे पुस्तक विक्रेता का लाभ = 2%

अतः पहले पुस्तक विक्रेता का व्यापार दूसरे पुस्तक विक्रेता की तुलना में अधिक लाभप्रद है ।

दो व्यापारों में लाभ या हानि की तुलना करने के लिए लाभ या हानि को प्रतिशतता के रूप में व्यक्त किया जाता है ।

उदाहरण 28. कमला ने एक सिलाई मशीन ₹ 500 में खरीदकर ₹ 540 में बेच दी। कमला को कितने प्रतिशत लाभ हुआ?

क्रय मूल्य = ₹ 500

विक्रय मूल्य = ₹ 540

विक्रय-मूल्य, क्रय-मूल्य से अधिक है ।

∴ लाभ = विक्रय-मूल्य — क्रय-मूल्य

= ₹ (540 - 500) = ₹ 40

प्रथम विधि :

लाभ : क्रय मूल्य = 40 : 500

= 8 : 100 (द्वितीय पद को 100 बनाने पर)

लाभ = 8%

द्वितीय विधि :

₹ 500 क्रय मूल्य पर लाभ	= ₹ 40
∴ ₹ 1 क्रय मूल्य पर लाभ	= ₹ $\frac{40}{500}$
∴ ₹100 क्रय मूल्य पर लाभ	= ₹ $\frac{40 \times 100}{500}$
	= ₹ 8
∴ लाभ	= 8%

हमने देखा, लाभ प्रतिशत $= \frac{40 \times 100}{500}$

अतः लाभ प्रतिशत $= \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$

लाभ-प्रतिशत = लाभ × $\frac{100}{\text{क्रय मूल्य}}$

इसी प्रकार, हानि-प्रतिशत = हानि × $\frac{100}{\text{क्रय मूल्य}}$

उदाहरण 29. एक व्यापारी ₹ 500 प्रति कुन्तल की दर से गेहूँ खरीदकर ₹ 450 प्रति कुन्तल की दर से बेच देता है। प्रतिशत हानि बताइए।

हल : क्रय मूल्य = ₹ 500 प्रति कुन्तल

विक्रय मूल्य = ₹ 450 प्रति कुन्तल

व्यापारी को हानि हुई = क्रय मूल्य - विक्रय मूल्य

= ₹ (500 - 450) = ₹ 50 प्रति कुन्तल

हानि-प्रतिशत = हानि × $\frac{100}{\text{क्रय मूल्य}}$

$= \frac{50 \times 100}{500} = 10$

अतः व्यापारी को 10% की हानि हुई।

उदाहरण 30. गोपाल ने ₹ 300 में एक रेडियो खरीदा। वह उसे कितने रुपये में बेचे कि उसे 20% का लाभ हो?

हल : रेडियो का क्रय मूल्य = ₹ 300

लाभ = क्रय मूल्य का 20%

= ₹ $\frac{300 \times 20}{100}$ = ₹ 60

रेडियो का विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य + लाभ

= ₹ (300 + 60) = ₹ 360

अतः गोपाल रेडियो को ₹ 360 रुपये में बेंचे।

उदाहरण 31. रीता ने एक गाय 25% के लाभ पर बेच दिया। यदि रीता को कुल लाभ ₹ 350 मिला हो तो गाय का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल :

कुल लाभ $= ₹ 350$

लाभ-प्रतिशत $= ₹ 25$

$\because$ ₹ 25 लाभ है तो क्रय मूल्य है $= ₹ 100$

$\therefore$ ₹ 1 लाभ है तो क्रय मूल्य है $= ₹ \frac{100}{25}$

$\therefore$ ₹ 350 लाभ है तो क्रय मूल्य है $= ₹ \frac{100 \times 350}{25} = ₹ 1400$

गाय का विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य + लाभ

$= ₹ (1400 + 350) = ₹ 1750$

उदाहरण 32. एक साइकिल ₹ 1800 में बेचने पर 10% की हानि हुई । साइकिल का क्रय मूल्य क्या होगा?

हल : हानि = 10%

अर्थात् ₹ 100 क्रय मूल्य की वस्तु ₹ 90 में बेची जाती है ।

$\because$ ₹ 90 विक्रय मूल्य है तो क्रय मूल्य $= ₹ 100$

$\therefore$ ₹ 1 विक्रय मूल्य है तो क्रय मूल्य $= ₹ \frac{100}{90}$

$\therefore$ ₹ 1800 विक्रय मूल्य है तो क्रय मूल्य $= ₹ \frac{100 \times 1800}{90}$

$= ₹ 2000$

उदाहरण 33. एक व्यक्ति ने 4 दर्जन अंडे ₹ 15 प्रति दर्जन की दर से खरीदा । उनमें से 6 अंडे टूट गए और शेष को उसने ₹ 20 प्रति दर्जन के भाव से बेच दिया । उसका प्रतिशत लाभ या प्रतिशत हानि बताइए ।

हल : 4दर्जन अंडों का मूल्य $= ₹ 15 \times 4 = ₹ 60$

6 अंडे टूट गए

शेष अंडे = $(4 \times 12 - 6)$ अंडे $= (48 - 6)$ अंडे = 42 अंडे

$\because$ 12 अंडों का विक्रय मूल्य $= ₹ 20$

$\therefore$ 1 अंडे का विक्रय मूल्य $= ₹ \frac{20}{12}$

$\therefore$ 42 अंडों का विक्रय मूल्य $= ₹ \frac{20 \times 42}{12} = ₹ 70$

विक्रय मूल्य $= ₹ 70$

लाभ = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य

$= ₹ (70—60) = ₹ 10$

लाभ-प्रतिशत $= \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$

$= \frac{10 \times 100}{60} = 16\frac{2}{3}$

व्यक्ति को $16\frac{2}{3}$% का लाभ हुआ ।

अभ्यास 12 (i)

1. निम्नांकित सारणी में जहाँ संभव हो, रिक्त स्थानों की पूर्ति अपनी अभ्यास पुस्तिका में कीजिए ।

क्रम सं.	क्रय मूल्य (₹ में)	विक्रय मूल्य (₹ में)	लाभ (₹ में)	हानि (₹ में)	लाभ % (प्रतिशत में)	हानि% (प्रतिशत में)
1.	200	212	...		...	
2.	500	480		...		....
3.	...	495	45		...	
4.	800	825	...		...	
5.	1200	...	144		...	

2. एक दुकानदार ने एक किताब ₹ 10 में खरीदकर ₹ 11 में बेच दी । कितने प्रतिशत लाभ हुआ?
3. एक व्यापारी ने 10 किग्रा घी ₹ 1500 में खरीदकर उसे ₹ 200 प्रति किग्रा के भाव में बेच दिया। बताइए उसे कितने प्रतिशत का लाभ हुआ ?
4. एक हीटर ₹ 180 में खरीदा गया और ₹ 160 में बेचा गया । बताइए कितने प्रतिशत की हानि हुई?
5. एक घड़ी ₹ 360 में खरीदी गई तथा 10% लाभ पर बेच दी गयी, तो उसका विक्रय मूल्य बताइए।
6. रोमेश ने एक स्कूटर ₹ 36000 में खरीदी। वह उसे कितने रुपये में बेचे कि 30% का लाभ हो?
7. एक टेपरिकार्डर 12% की हानि से ₹ 880 में बेचा गया। उसका क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए ।
8. मोहित ने एक अलमारी ₹ 2500 में खरीदा और उसे 6% की हानि पर बेच दिया। अलमारी का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए ।
9. एक फर्नीचर विक्रेता ने एक सोफासेट 5% लाभ से ₹ 4620 में बेचा। उसका लाभ ज्ञात कीजिए।

10. प्रतिशत लाभ या प्रतिशत हानि ज्ञात कीजिए जबकि

(क)	क्रय मूल्य	= ₹ 120	विक्रय मूल्य	= ₹ 150
(ख)	क्रय मूल्य	= ₹ 500	विक्रय मूल्य	= ₹ 650
(ग)	क्रय मूल्य	= ₹ 90.75	विक्रय मूल्य	= ₹ 60.50

11. 7 मेजों को ₹ 1288 में बेचने पर 8% की हानि होती है । एक मेज का क्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

12. एक फल-विक्रेता ने ₹ 10 प्रति दर्जन के भाव से कुछ संतरे खरीदे और उन्हें ₹ 9 प्रति दर्जन के भाव से बेच दिए । बताइए उसे कितने प्रतिशत की हानि हुई ?

13. एक व्यक्ति ने 5 दर्जन अंडे ₹ 12 प्रति दर्जन की दर से खरीदा । उनमें से 10 अंडे टूट गए और शेष को उसने ₹ 18 प्रति दर्जन के भाव से बेच दिया । उसका प्रतिशत लाभ या हानि ज्ञात कीजिए।

14. बताइए निम्न कथनों में कौन सत्य है और कौन असत्य है ?

(1) लाभ प्रतिशत = $\frac{\text{लाभ}}{\text{क्रय मूल्य}}$

(2) 20% लाभ का अर्थ है ₹ 100 क्रय मूल्य पर ₹ 20 लाभ और ₹ 80 विक्रय मूल्य

(3) लाभ प्रतिशत या हानि प्रतिशत सदैव क्रय मूल्य पर ज्ञात करते हैं ।

साधारण ब्याज :

प्रायः यह देखने में आता है कि किसी भी व्यक्ति का व्यावहारिक जीवन में उधार के लेन-देन के बिना कार्य करना बहुत कठिन होता है। उधार के लेन-देन की प्रक्रिया बैंकों, सहकारी समितियों या किसी व्यक्ति द्वारा की जाती है। क्या आप जानते हैं कि उधार के लेन-देन में कुछ शर्त होती है? आपको ज्ञात होना चाहिए कि उधार देने वाला व्यक्ति उधार लेने वाले के सामने कुछ शर्त रखता है जिसके अन्तर्गत उधार देने वाला व्यक्ति उधार लेने वाले से वार्षिक या मासिक की दर से प्रति ₹ 100.00 पर कुछ रुपया अधिक लेता है।

जितना धन राशि वह उधार देता है, वह मूलधन कहलाता है। शर्त की अवधि पूर्ण होने पर जो धन चुकता करता है, वह मिश्रधन कहलाता है और मूलधन से अधिक दिया गया धन ब्याज कहलाता है। आइए हम इसे एक उदाहरण के माध्यम से समझें।

उदाहरण 34. रमेश ने एक बैंक से ₹ 500.00, 4% वार्षिक ब्याज की दर से उधार लिया। 2 वर्ष बाद ब्याज की गणना कीजिए।

हल मूलधन = ₹ 500.00, समय = 2 वर्ष,

दर = 4% वार्षिक

₹ 100 का 1 वर्ष का ब्याज = ₹ 4 है

∵ ₹ 1 का 1 वर्ष का ब्याज = ₹ $\frac{4}{100}$

$\therefore$ ₹ 500 का 1 वर्ष का ब्याज = ₹ $\frac{4 \times 500}{100}$

$\therefore$ ₹ 500 का 2 वर्ष का ब्याज =

₹ $\frac{4 \times 500 \times 2}{100}$ = ₹ 40

$\therefore$ ब्याज = ₹ 40

विचार कीजिए

1. एक किसान बैल खरीदने के लिए बैंक से ₹ 5000 ऋण लेता है । एक वर्ष बाद ₹ 5500 बैंक को देकर ऋण चुका देता है । सोचिए बैंक ने किसान को ऋण क्यों दिया ?
2. एक व्यापारी ने ₹ 3000 बैंक में जमा किया । उसने 2 वर्ष बाद बैंक से कुल धन वापस ले लिया। बैंक ने उसे ₹ 3300 वापस दिया । विचार कीजिए व्यापारी ने बैंक में रुपये क्यों जमा किया ?

हम देखते हैं कि :

(1) बैंक ने ऋण, अधिक धनराशि पाने के लिए दिया ।

(2) व्यापारी ने जमाधन से अधिक धन पाने के लिए बैंक में रुपये जमा किये ।

इस प्रकार स्पष्ट है कि उधार ली गयी धनराशि से अधिक धन वापस किया जाता है या जमा की गई धनराशि से अधिक धन वापस मिलता है। इस अधिक धन को **'ब्याज'** नाम दिया गया है ।

जमा की गई अथवा उधार ली गई, धनराशि से जो 'अधिक' धनराशि ली जाती है अथवा दी जाती है, उसे 'ब्याज' कहते हैं ।

- **जमा अथवा उधार (ऋण) की धनराशि को 'मूलधन' कहते हैं ।**
- **जिस निश्चित अवधि के लिए धन जमा रहता है या उधार या ऋण रहता है उस अवधि को 'समय' कहते हैं ।**
- **₹ 100 के मूलधन पर 1 वर्ष के लिए प्राप्त 'ब्याज' को 'ब्याज दर' कहते हैं। ब्याज की दर को '%' (प्रतिशत) के रूप में व्यक्त करते हैं। ब्याज दर को केवल 'दर' भी लिखकर प्रयोग करते हैं ।**
- **ब्याज की दर प्रतिशत तिमाही, प्रतिशत छमाही अथवा प्रति रुपया प्रति मास के रूप में भी प्रयुक्त होती है ।**

ब्याज निम्नलिखित तीन बातों पर निर्भर है :

- **कितना रुपया जमा किया या उधार लिया ?**
- **कितने समय के लिए रुपया जमा किया या उधार लिया ?**
- **किस ब्याज दर पर रुपया जमा किया या उधार लिया ?**

उदाहरण 35. सन्तोष ने एक साइकिल खरीदने के लिए बैंक से ₹ 1,500 ऋण लिया और 1 वर्ष बाद ₹ 1,620 वापस देकर ऋण चुका दिया। बताइए सन्तोष ने कितना ब्याज दिया ?

हल :

मूलधन = ₹ 1,500

वापस की गई धनराशि = ₹ 1,620

ब्याज = वापस की गई धनराशि - मूलधन

= ₹ 1,620 - ₹1,500 = ₹120

ब्याज के प्रकार :

ब्याज के दो प्रकार है :-

(1) साधारण ब्याज

(2) चक्रवृद्धि ब्याज

साधारण ब्याज ज्ञात करने में प्रतिवर्ष का ब्याज समान होता है। जबकि चक्रवृद्धि ब्याज में दूसरे वर्ष से ब्याज बढ़ने लगता है। ऐसा इसलिए होता है क्योंकि दूसरे वर्ष में मूलधन में पहले वर्ष के ब्याज को जोड़कर उस पर ब्याज निकाला जाता है। इसी प्रकार तीसरे वर्ष में मूलधन में पहले और दूसरे वर्ष के ब्याज को जोड़कर ब्याज की गणना की जाती है । इस इकाई में हम "साधारण ब्याज" का अध्ययन करेंगे और साधारण ब्याज के लिए **ब्याज** शब्द का प्रयोग करेंगे । चक्रवृद्धि ब्याज का अध्ययन अगली कक्षा में करेंगे ।

उदाहरण 36. ₹ 500 के लिए 4% छमाही ब्याज की दर से 1 वर्ष का ब्याज ज्ञात कीजिए ।

हल :

मूलधन = ₹ 500

समयावधि = 1 वर्ष = 2 छमाहियाँ

छमाही ब्याज की दर = 4%

प्रथम विधि :

₹ 100 पर 1 छमाही का ब्याज = ₹ 4

₹ 1 पर 1 छमाही का ब्याज = ₹ $\frac{4}{100}$

₹ 500 पर 1 छमाही का ब्याज = ₹ $\frac{500 \times 4}{100}$

₹ 500 पर 2 छमाही का ब्याज = ₹ $\frac{500 \times 4 \times 2}{100}$

अतः साधारण ब्याज = ₹ 40

द्वितीय विधि :

1 छमाही का साधारण ब्याज = ₹ 500 का 4%

$$= ₹\ \frac{500 \times 4}{100}$$

$$= ₹\ 20$$

2 छमाही का साधारण ब्याज $= ₹\ 2 \times 20$

$$= ₹\ 40$$

उदाहरण 37. ₹ 400, 3 वर्ष के लिए 6% वार्षिक ब्याज की दर से उधार दिया गया। ब्याज ज्ञात कीजिए।

हल : प्रथम विधि : ₹ 100 पर 1 वर्ष का ब्याज $= ₹\ 6$

₹ 1 पर 1 वर्ष का ब्याज $= ₹\ \frac{6}{100}$

₹ 400 पर 3 वर्ष का ब्याज $= ₹\ \frac{400 \times 6 \times 3}{100}$

$$= ₹\ 72$$

द्वितीय विधि : 1वर्ष का ब्याज $= ₹\ 400$ का 6%

$= ₹\ 400$ का $\frac{6}{100}$

$$= ₹\ \frac{400 \times 6}{100}$$

3 वर्ष का ब्याज $= ₹\ \frac{400 \times 6 \times 3}{100}$

$$= ₹\ 72$$

उपर्युक्त उदाहरण 37 के हल को देखिए और बताइए :

(i) ₹ 400 कैसा धन है ?

(ii) $6\% = \frac{6}{100}$ क्या प्रदर्शित करता है ?

(iii) 3 का प्रयोग किस लिए किया गया ?

हम देखते हैं कि :

(i) ₹ 400 मूलधन है

(ii) 6% या $\frac{6}{100}$ ब्याज दर है

(iii) 3 का प्रयोग समय बताने के लिए किया गया है।

उपर्युक्त उदाहरणों से हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि ब्याज का सम्बन्ध मूलधन, समय और ब्याज दर से है। इन चारों अर्थात् मूलधन, समय, ब्याज दर और ब्याज में से किसी एक का मान शेष तीन के मान पर निर्भर करता है। इनके सम्बन्ध को निम्नलिखित सूत्र के रूप में लिखा जाता है :

$$\text{ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

हम निम्नलिखित दोहे से भी ब्याज दर ज्ञात कर सकते हैं :

"मूलधन, ब्याज दर, समय का, मोहन गुणा कराय
एक सौ से भाग दें, ब्याज तुरत मिल जाय ।"

यहाँ मोहन शिक्षार्थी के रूप में सम्बोधित है ।

उदाहरण 38. ₹ 500का 3 वर्ष का 12% वार्षिक ब्याज की दर से साधारण ब्याज ज्ञात कीजिए ।

हल :
मूलधन = ₹ 500
समय = 3 वर्ष
दर = 12% वार्षिक

$$\text{ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$= ₹\ \frac{500 \times 12 \times 3}{100}$$

$$= ₹\ 180$$

प्रयास कीजिए :

(i) कितने मूलधन का 2 वर्ष का 10% वार्षिक ब्याज की दर से ब्याज ₹ 360 होगा ?

(ii) सुमित ने मोहित को कुछ धन 5% वार्षिक ब्याज की दर पर उधार दिया। मोहित ने सारा धन उसी दिन विरजू को $8\frac{1}{2}$% वार्षिक दर पर उधार दे दिया। 1 वर्ष बाद मोहित को इस लेन देन में ₹ 350 का लाभ हुआ। सुमित ने मोहित को कितना धन उधार दिया था।

मिश्रधन :

अशरफ ने साइकिल खरीदने के लिए बैंक से ₹ 1,500; 4% वार्षिक साधारण ब्याज की दर से ऋण लिया और 2 वर्ष में ऋण चुका दिया । अशरफ ने बैंक को कितना ब्याज दिया ? यह भी बताइए कि अशरफ ने बैंक को कुल कितना धन लौटाया ?

मूलधन = ₹ 1500
दर = 4% वार्षिक
समय = 2 वर्ष

ब्याज $= \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

$= ₹ \frac{1500 \times 4 \times 2}{100}$

$= ₹ 120$

अशरफ द्वारा बैंक को लौटाया गया धन = ₹ (मूलधन + ब्याज)

= ₹ (1500 + 120)

= ₹ 1,620

यहाँ ₹ 1,620 रुपये को मिश्रधन कहते हैं ।

मिश्रधन	**= मूलधन + ब्याज**
मूलधन	**= मिश्रधन - ब्याज**
ब्याज	**= मिश्रधन - मूलधन**

उदाहरण 39. यदि मूलधन = ₹ 2,500 , समय = 2 वर्ष, दर = 12% वार्षिक तो ब्याज एवं मिश्रधन ज्ञात कीजिए।

हल : ब्याज $= ₹ \frac{\text{मू} \times \text{द} \times \text{स}}{100}$ (जहाँ मू = मूलधन, द = ब्याज दर, स = समय)

$= ₹ \frac{2,500 \times 12 \times 2}{100}$

$= ₹ 600$

मिश्रधन = मूलधन + ब्याज = ₹ 2,500 + ₹ 600= ₹ 3,100

उदाहरण 40. माता प्रसाद ने साधन सहकारी समिति से 5 बोरी यूरिया खाद ₹ 230 प्रति बोरी के भाव से, 12% वार्षिक ब्याज की दर पर ऋण लिया । उसे वर्ष के अन्त में समिति को कितना रुपया देना होगा।

हल : 5 बोरी यूरिया खाद का मूल्य = ₹ 230 × 5= ₹ 1150

ब्याज $= ₹ \frac{1150 \times 12 \times 1}{100}$

$= ₹ 138$

मिश्रधन = ₹ 1150 + ₹ 138 = ₹ 1,288

वर्ष के अन्त में माता प्रसाद को समिति को देना होगा = ₹ 1,288

उदाहरण 41. किस वार्षिक ब्याज की दर से 10 वर्ष में किसी धन का मिश्रधन तीन गुना हो जाएगा ?

हल : मान लिया मूलधन ₹ 100 है ।

मिश्रधन = मूलधन का तिगुना = ₹ 300

ब्याज = ₹ 300 - ₹ 100 = ₹ 200

$\because$ ₹ 100 पर 10 वर्ष का ब्याज = ₹ 200

$\therefore$ ₹ 100 पर 1 वर्ष का ब्याज = ₹ $\frac{200}{10}$

= ₹ 20

वार्षिक ब्याज दर = 20%

उदाहरण 42. 6% वार्षिक ब्याज की दर से 2वर्ष का मिश्रधन ₹ 560 है । मूलधन निकालिए ।

हल : $\because$ ₹ 100 पर 1 वर्ष का ब्याज = ₹ 6

$\therefore$ ₹ 100 पर 2 वर्ष का ब्याज = ₹ 2 × 6 = ₹ 12

मिश्रधन = ₹ 100 + ₹ 12 = ₹ 112

$\because$ ₹ 112 मिश्रधन है तो मूलधन = ₹ 100

$\therefore$ ₹ 1 मिश्रधन है तो मूलधन = ₹ $\frac{100}{112}$

$\therefore$ ₹ 560 मिश्रधन है तो मूलधन = ₹ $\frac{100 \times 560}{112}$ =₹ 500

अभ्यास 12 (j)

1. ब्याज = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$ को ध्यान में रखिए और नीचे लिखे प्रश्नों को अपनी अभ्यास पुस्तिका में लिखिए और □ रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए ।

(क) □ = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$ (ख) मूलधन = $\frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{दर} \times \square}$

(ग) दर = $\frac{\text{ब्याज} \times 100}{\square \times \text{समय}}$ (घ) समय = $\frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \square}$

(च) ब्याज = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{\square}$

2. निम्नलिखित सारणी अपनी अभ्यास पुस्तिका में बनाइए और रिक्त स्थान भरिए :

क्रम संख्या	मूलधन रुपये में	ब्याज (रुपये में)	मिश्रधन (रुपये में)
(i)	100	10	□
(ii)	500	□	525
(iii)	□	50	600
(iv)	1000	□	1120

3. ब्याज की दर बताइए

	मूलधन	समय	ब्याज	ब्याज की दर।
(i)	₹ 100	1 वर्ष	₹ 8	☐
(ii)	₹ 400	1 वर्ष	₹ 20	☐
(iii)	₹ 600	2 वर्ष	₹ 72	☐

4. ब्याज की गणना कीजिए ।

	मूलधन	दर	समय	ब्याज
(i)	₹ 100	7%	3 वर्ष	☐
(ii)	₹ 500	4%	5 वर्ष	☐
(iii)	₹ 50	2पैसे प्रति रुपया प्रतिमाह	4 माह	☐

5. नीचे दिए गए कोष्ठक के विकल्पों में से सही विकल्प चुनकर खाली स्थान की पूर्ति अपनी अभ्यास पुस्तिका में ही कीजिए : (ब्याज, मूलधन, दर, मिश्रधन)

(क) जो धन उधार दिया या लिया जाता है उसे .... कहते हैं ।

(ख) उधार ली गयी धनराशि के उपयोग के बदले दी जाने वाली अतिरिक्त राशि को .... कहते हैं ।

(ग) .... = मूलधन + ब्याज

(घ) मिश्रधन - ब्याज = ...

6. वार्षिक ब्याज दर ज्ञात कीजिए यदि मूलधन = ₹ 100 , समय = 1 वर्ष और मिश्रधन = ₹ 107 हो ।

7. एक किसान ने 12% वार्षिक ब्याज की दर से ₹ 2,400 उधार लिया । उसने $2\frac{1}{2}$ वर्ष बाद ₹ 1,200 तथा एक गाय देकर उधार चुका दिया । गाय का मूल्य ज्ञात कीजिए ।

8. ₹ 12.5% वार्षिक ब्याज का क्या अर्थ है ? लिखिए।

9. जार्ज ने एक स्कूल को ₹ 3600 दान दिया । इस दान राशि के ब्याज से समान मूल्य की 6 छात्रवृत्तियां दी जाती हैं । यदि दान की राशि पर 10% वार्षिक ब्याज मिले तो प्रत्येक छात्रवृत्ति का मूल्य ज्ञात कीजिए ।

10. करीम बाग लगाने के लिए बैंक से ₹ 15000 का ऋण लेता है । बैंक पौधों की खरीद के लिए ऋण का 20% छूट देने के बाद शेष धनराशि पर 9% वार्षिक साधारण ब्याज लेता है । 4 वर्ष बाद, करीम पूरा ऋण अदा करने के लिए बैंक को कितना धन देगा ?

11. किस वार्षिक साधारण ब्याज की दर से 20 वर्षों में किसी धन का मिश्रधन चार गुना हो जाएगा?

12.7. व्यवहार गणित :

मानव सभ्यता के विकास के साथ वस्तुओं की परस्पर आदान-प्रदान एवं क्रय-विक्रय की प्रक्रिया शुरू हुई होगी। प्रारम्भिक काल में लोग दैनिक जीवन से सम्बन्धित गणितीय समस्याओं को मौखिक रूप से हल करने के लिए अपनी सुविधानुसार वस्तुओं के दर या उनके माप को गणना की दृष्टिकोण से छोटे-छोटे भागों में बाँट कर गणना करते और उन्हें जोड़ कर सरलतम रूप में वस्तुओं के मूल्यों का निर्धारण कर लेते थे। आज भी बहुत-से लोग इस विधि से वस्तुओं का मूल्य सुगमतापूर्वक निकाल लेते हैं।

दैनिक जीवन के व्यवहार में प्रयुक्त होने वाली सरलतम गणना की विधि को व्यवहार गणित कहते हैं। इसमें अधिकांश क्रियाएँ मौखिक होती हैं।

सलीम की दुकान

- मोहन ने सलीम की दुकान से 4 किग्रा आलू ₹ 3.75 प्रति किग्रा की दर से खरीदा । मोहन आलू का मूल्य मन ही मन जोड़ रहा था कि सलीम ने कहा ₹ 15.00 दो, कब तक ज़ोड़ते रहोगे ? मोहन आश्चर्य में था, सलीम की गणना पर। उसने सलीम से इतनी शीघ्रता से मूल्य निकालने की कला के विषय में पूछा । सलीम ने हंसते हुए कहा -

अरे भाई :

1. **₹ 3 के भाव से, ₹ 12**
2. **50 पैसे के भाव से, ₹ 2**
3. **25 पैसे के भाव से ₹ 1**

इस प्रकार ₹ 3.75 की दर से (भाव से) 4 किग्रा आलू का दाम ₹ 15।

- सलीम सब्जी विक्रेता द्वारा बताई गई मूल्य की गणना विधि निम्नांकित है :

₹ 4.00	₹ 1.00 प्रति किग्रा की दर से	
₹ 12.00	₹ 3.00 प्रति किग्रा की दर से	
₹ 2.00	₹ 0.50 प्रति किग्रा की दर से	50 पैसा ₹ 1 का $\frac{1}{2}$
₹ 1.00	₹ 0.25 प्रति किग्रा की दर से	25 पैसा 50पैसे का $\frac{1}{2}$
₹ 15.00	₹ 3.75 प्रति किग्रा की दर से	

- 4 किग्रा आलू का मूल्य ₹ 3.75 प्रति किग्रा की दर से, व्यवहार गणित गणना विधि से निम्नांकित रूप से भी ज्ञात कर सकते हैं :

₹ 4.00	₹ 1.00 प्रति किग्रा की दर से	
₹ 12.00	₹ 3.00 प्रति किग्रा की दर से	
₹ 2.00	₹ 0.50 प्रति किग्रा की दर से	₹ 0.50 ₹ 1 का $\frac{1}{2}$
₹ 15.00	₹ 3.75 प्रति किग्रा की दर से	

दैनिक जीवन में व्यवहार में प्रयुक्त गणना की इस विधि को व्यवहार गणित कहते हैं।

व्यवहार गणित में अधिकांश क्रियाएँ मौखिक और त्वरित होती हैं। इसके लिए किसी संख्या का $\frac{1}{2}$ (आधा), $\frac{1}{4}$ (चौथाई), $\frac{1}{3}$ (तिहाई), $1\frac{1}{4}$ (सवा), $1\frac{1}{2}$ (ड्योढ़ा) निकालने का त्वरित अभ्यास आवश्यक है।

निष्कर्ष :

व्यवहार गणित में अपेक्षित मान निकालने हेतु गणना विभिन्न तरह से की जा सकती है। किन्तु अपनी समझ से सरलतम और सहज विधि अपनाना उत्तम होगा

उदाहरण 43. एक कमीज बनवाने में 2.25 मीटर कपड़ा लगता है। इसी माप की 15 कमीजों के लिए कितना कपड़ा चाहिए?

हल :

2.25 मीटर	1 कमीज में लगा कपड़ा
22.50 मीटर	10 कमीज में लगा कपड़ा
11.25 मीटर	5 कमीज में लगा कपड़ा
33.75 मीटर	15 कमीज में लगा कपड़ा

5कमीज का कपड़ा $= \frac{1}{2} \times 10$ कमीज का कपड़ा

उदाहरण 44. 28.4 तथा 99.5 का गुणा व्यवहार गणित की विधि से ज्ञात कीजिए ।

हल :

28.4	28.4 में 1 से गुणा
2840.0	28.4 में 100 से गुणा
14.2	28.4 में 0.5 से गुणा
2825.8	28.4 में 99.5 से गुणा

$0.5 = 1$ का $\frac{1}{2}$

अभ्यास 12 (k)

निम्नांकित प्रश्नों में दिये गये विकल्पों में से सही विकल्प चुनकर रिक्त स्थान भरिए :

1.

1	3.50
10	35.00
20	

(क) 65.00 (ख) 70.00 (ग) 75.00 (घ) 80.00

2.

1	2.25
10	22.5
12	

(क) 25.00 (ख) 28.00 (ग) 27.00 (घ) 30.00

3.

1	1.25
10	12.50
5	

(क) 6.25 (ख) 6.50 (ग) 7.00 (घ) 5.00

4. एक पाठशाला में 175 मीटर टाट ₹ 4.25 प्रति मीटर की दर से खरीदा गया । कुल टाट का मूल्य व्यवहार गणित द्वारा ज्ञात कीजिए ।

5. एक बोरे आलू का भार 79.750 किग्रा है । ऐसे ही 151 बोरे आलू का भार व्यवहार गणित द्वारा निकालिए ।

6. 95 किग्रा चीनी का मूल्य ₹ 16.25 प्रति किग्रा की दर से व्यवहार गणित द्वारा ज्ञात कीजिए।

7. एक कार 1 लीटर पेट्रोल में 16.50 किमी का औसत देती है । 15 लीटर पेट्रोल में वह कितनी दूर जा सकती है ? व्यवहार गणित द्वारा निकालिए ।

मुद्रा की अवधारणा

1. विनिमय प्रणाली

भूमिका -

मानव के समाजीकरण के साथ एक दूसरे के सहयोग की आवश्यकता अनुभव की गयी और जीवन को सरल व सुविधापूर्ण बनाने के लिये अपने द्वारा उत्पादित वस्तुओं को दूसरे व्यक्ति को देने तथा दूसरे व्यक्ति द्वारा उत्पादित वस्तु या सेवा को लेने की प्रक्रिया को विनिमय कहा गया।

जैसे -

1. अक्षरा ने दीपावली में अपनी माँ द्वारा की गयी सफाई में निकाले गये रद्दी पेपर को ले जाकर रद्दी वाले को पेपर देकर उससे माला ले आयी।
2. विमल ने मान्या को दो चाकलेट दिये और आस्था को दो पेन दिये, परन्तु मान्या पेन के लिये अपनी माँ से जिद करने लगी तो माँ के समझाने पर मान्या ने एक चाकलेट आस्था को देकर एक पेन ले कर खुश हो गयी।
3. प्रान्जल पेन लेने के लिये दुकान पर गया तो दुकान वाले ने कहा कि घर जा कर 10 रुपये ले आओ फिर यह पेन ले जा सकते हो।

उपरोक्त उदाहरण को ध्यान से देखने पर यह ज्ञात हुआ कि अक्षरा ने पेपर देकर माला प्राप्त किया, मान्या ने चाकलेट देकर पेन प्राप्त किया और प्रान्जल ने 10 रुपये देकर पेन को प्राप्त किया। इन सभी ने अपनीवस्तुओं को बदल (विनिमय) कर अपनी मनपसन्द वस्तुओं को प्राप्त किया। इस प्रणाली को विनिमय प्रणाली कहा जाता है।

ध्यान दीजिये

उपरोक्त उदाहरणों से अक्षरा व मान्या ने अपनी वस्तु का विनिमय (बदल) कर अपनी पसन्द की वस्तुओं को प्राप्त किया। जबकि प्रान्जल ने वस्तु न देकर मुद्रा (रुपये) देकर अपनी मन पसन्द वस्तु को प्राप्त किया।

वस्तु विनिमय -

जब हम अपनी वस्तुओं को देकर दूसरे से अपनी आवश्यकता की वस्तु प्राप्त करते हैं। तो वह वस्तु-विनिमय कहलाता है।

सेवा विनिमय

जब कोई अपनी सेवा दूसरों को देकर एवं दूसरे से सेवा प्राप्त करता है तो वह सेवा विनिमय कहलाता है।

मुद्रा विनिमय

जब कोई धनराशि का कोई प्रतीकात्मक रुप (रुपये, चेक, धन अंतरण आदि) देकर अपनी आवश्यकता की वस्तु या सेवा प्राप्त करता है, वह मुद्रा-विनिमय कहलाता है।

मुद्रा की आवश्यकता -

व्यक्ति प्राचीन समय से दूर-दूर जा कर व्यापार करता रहा है। अपनी वस्तुओं को दूसरों को देकर अपने लिये वस्तु व सेवा प्राप्त करता रहा परन्तु मार्गों की कठिनाई व अत्यधिक भारी होने के कारण वस्तु निनिमय को कम करने एवं सभी स्थानों पर आसानी से विनिमय होने के लिये एक सर्वमान्य मुद्रा की आवश्यकता पड़ने लगी, जो हमें कई रूप में दिखाई पड़ते रहे हैं, जैसे - सोने की गिन्नी, चाँदी के रुपये, कागज के रुपये, अन्य धातुओं की मुद्रा आदि।

मुद्रा की विशेषताएँ -

विश्व के सभी देशों में चलने वाली मुद्रा में प्रमुख निम्नलिखित विशेषताएँ पायी जाती हैं।

1. मुद्रा एक स्थान से दूसरे स्थान तक ले जाने में सुविधाजनक हो।
2. मुद्रा के मूल्य में बहुत अन्तर न हो।
3. मुद्रा प्रमाणित हो।
4. मुद्रा विनिमय करने में सुविधाजनक हो।
5. मुद्रा का प्रतिरूप आसानी से तैयार नहीं किया जा सकता है।

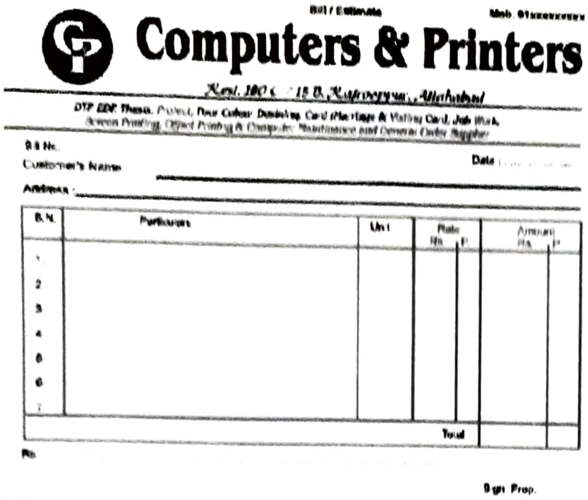
जैसे भारत सरकार द्वारा जारी किया जाने वाले किसी भी नोट (पत्र मुद्रा) को सुविधापूर्वक एक स्थान से दूसरे स्थान तक ले जा सकते हैं। ₹ 10 के नोट का सम्पूर्ण भारत में मूल्य ₹ 10 ही रहेगा।

पढ़कर उत्तर दीजिए

1. अक्षत ने अपनी टाफी बहन को देकर उससे उसकी गेंद ले लिया। अक्षत ने अपनी बहन से क्या विनिमय किया ?
2. विमल ने अपने भाई से खेत निराई कराने में सहयोग किया तो उनके भाई ने विमल के घर में सफेदी करने में सहयोग दिया। दोनों भाईयों ने कौन सा विनिमय किया ?
3. सुनील ने मिठाई दुकान से खरीदा। दुकानदार ने सुनील से ₹ 250 लिये। सुनील ने दुकानदार से कौन सा विनिमय किया ?

बिल -

आज हम जब किसी दुकान पर कई वस्तुओं की माँग करते हैं और पूछते हैं कि उनके लिये कितना व्यय करना पड़ेगा तो दुकानदार एक कागज जिस पर क्रम संख्या, वस्तुओं का मूल्य प्रति इकाई तथा कुल मूल्य छपा होता है उस पर वस्तुओं की सूची को लिख कर सभी पर कुल होने वाले व्यय को बता देता है। इसे बिल (Bill) या इनवायस (Invoice) कहा जाता है जैसा कि -

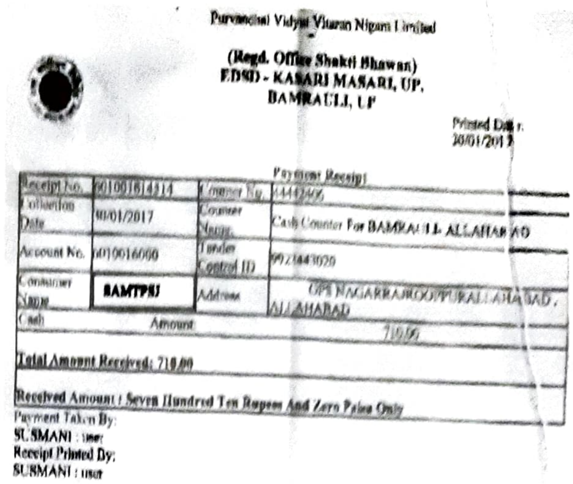


Bill / Estimate

Computers & Printers

S.N.	Particulars	Unit	Rate Rs. P.	Amount Rs. P.
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
			Total	

Sign. Prop.



Purvanchal Vidyut Vitaran Nigam Limited

(Regd. Office Shakti Bhawan)

EDSD - KASARI MASARI, UP, BAMRAULI, UP

Printed Date: 30/01/2017

Payment Receipt

Total Amount Received: 710.00

Received Amount: Seven Hundred Ten Rupees And Zero Paisa Only

Payment Taken By: SUSMANI : user

Receipt Printed By: SUSMANI : user

कैशमेमो -

जब किसी वस्तु का क्रय-विक्रय नकद किया जाता है तो विक्रेता द्वारा कैशमेमो बनाया जाता है। कैशमेमो एक अहस्तान्तरणीय पत्रक है जो धन चुकाने का साक्ष्य होता है।

कैशमेमो की विषय सूची में निम्नलिखित बातों का उल्लेख होता है -

(i) तारीख

(ii) क्रम संख्या

(iii) विक्रेता का रस्ट्रेशन संख्या, नाम, पता और दूरभाषा संख्या

(iv) क्रेता का नाम

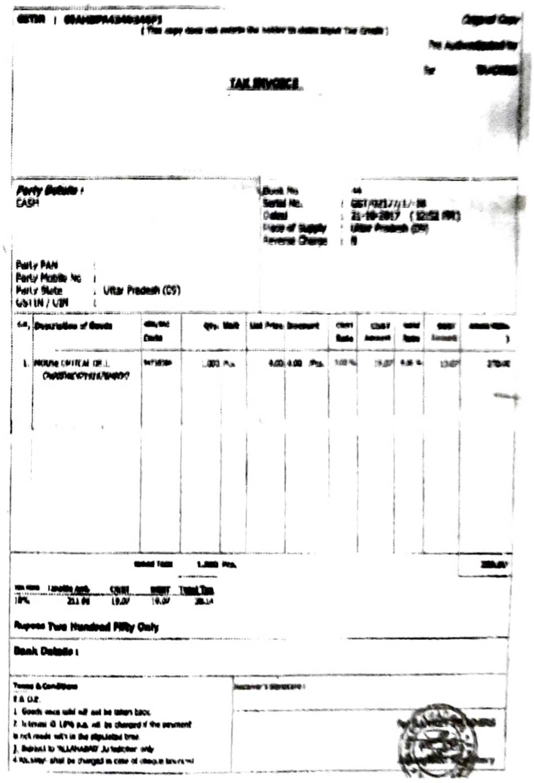
(v) वस्तु की संख्या, इकाई, मूल्य (दर)

(vi) छूट (यदि कोई है)

(vii) वस्तु एवं सेवा कर, दर सहित

(viii) कुल प्राप्त नकद

(ix) कैशियर का हस्ताक्षर



TAX INVOICE

Party Details : CASH

Party State : Uttar Pradesh (09)

Rupees Two Hundred Fifty Only

Bank Details :

इस इकाई में हमने सीखा

1. अनुपात क्या है, इसे अनेक उदाहरणों द्वारा समझाया गया है।
2. अनुपात सदैव समान इकाइयों वाली राशियों में ज्ञात किया जाता है।
3. दो राशियों में अनुपात ज्ञात करते समय इनमें से कोई राशि शून्य नहीं होनी चाहिए।
4. अनुपात को दशमलव या भिन्न में बदल सकते हैं।

5. जब दो अनुपात समान होते हैं तो उनमें समानुपात का सम्बन्ध होता है। इस प्रकार समानुपात में चार पद होते हैं।

6. समानुपात में बाह्य पदों का गुणनफल मध्य पदों के गुणनफल के बराबर होता है।

7. प्रतिशत को भिन्न तथा भिन्न को प्रतिशत में बदल सकते हैं।

8. क्रय-विक्रय की प्रक्रिया में लाभ और हानि दोनों की सम्भावनाएँ होती हैं। यदि क्रय मूल्य < विक्रय मूल्य तब लाभ होता है और जब क्रय मूल्य > विक्रय मूल्य, तब हानि होती है।

   इस प्रकार लाभ = विक्रय मूल्य — क्रय मूल्य और हानि = क्रय मूल्य —विक्रय मूल्य। लाभ और हानि को प्रतिशत में भी ज्ञात करते हैं।

9. लाभ-प्रतिशत $= \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$, हानि-प्रतिशत $= \frac{\text{हानि} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$

   अतः लाभ और हानि का प्रतिशत केवल क्रय मूल्य पर ही ज्ञात किया जाता है।

10. जब उपभोक्ता किसी व्यक्ति या संस्था से कोई धन एक निश्चित अवधि के लिए उधार लेता है और उसका उपयोग करने के बदले में लिये गये धन के अतिरिक्त कुछ और धन वापस लौटाता है, उस अतिरिक्त धन को ब्याज कहते हैं। इसके दो प्रकार होते हैं:

    (1) साधारण ब्याज, (2) चक्रवृद्धि ब्याज

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

11. दैनिक जीवन में व्यावहारिक रूप से गणना करने की विधि को व्यवहार गणित कहते हैं। इसके अन्तर्गत किसी वस्तु के मूल्यों की गणना सुविधानुसार छोटे-छोटे भागों में तोड़ कर की जाती है। और अन्त में जोड़ लेते हैं।

12. जब कोई अपनी वस्तुओं या सेवाओं को देकर दूसरे से अपनी आवश्यकता की वस्तु या सेवा प्राप्त करता है, तो इस प्रणाली को विनिमय प्रणाली कहा जाता है।

13. जब कोई धनराशि देकर अपनी आवश्यकता की वस्तु या सेवा प्राप्त करता है, वह मुद्रा विनिमय कहलाता है।

14. मुद्रा की विशेषताएँ

15. बिल तथा कैशमेमो

अभ्यास 12 (a)

1. (i) 3 : 4, (ii) 5 : 3, (iii) 2 : 7, (iv) 7; **2.** (i) 4 : 1, (ii) 5 : 12, (iii) 13 : 75, (iv) 108 : 125; **3.** 53 : 65, 75 : 62, 48 : 55, 63 : 71; **4.** 29 : 25; **5.** 8, 13, 73 और 85; **6.** (i) 14 : 3, (ii) 17 : 15, (iii) 37 : 25, (iv) 67 : 65; **7.** (i) 3 प्रथम पद, 7 द्वितीय पद; (ii) 4 प्रथम पद, 11 द्वितीय पद; (iii) 13 प्रथम पद, 27 द्वितीय पद।

अभ्यास 12 (b)

1. (क) 3 : 2, (ख) 2 : 7, (ग) 2 : 7, **2.** (i) 1 : 2, (ii) 5 : 1, (iii) 1 : 30, (iv) 1 : 6, (v) 100 : 3, (vi) 4 : 1; **3.**(i) 1 : 8, (ii) 1 : 5, (iii) 1 : 11, (iv)1 : 3, (v) 1 : 2, (vi) 100 : 13, **4.** (i) 5 : 8 > 3 : 5, (ii) 6 : 8 > 2 : 7, (iii) 40 पैसे : ₹ 2 > 60 पैसे : ₹ 4 ; **5.** (i) 4 : 1, (ii) 3 : 1, (iii) 3 : 4; **6. (a)** (i) 2 : 3, (ii) 2 : 5; **(b)**7:3;**7.** (i) 5 : 3, (ii) 3 : 5, (iii) 3 : 2; **8.** (i) 64, (ii) 4, (iii) 12, (iv) 6. **10.** ₹ 48, ₹ 32; **11.** ₹ 2000, ₹ 1600

अभ्यास 12 (c)

1. (iv) ; **2.** (ii); **3.** (i) 5, (ii) 4, (iii) 75, (iv) 5; **4.** (i) सत्य, (ii) असत्य, (iii) असत्य, (iv) सत्य; **5.** 12 मीटर; **6.** 63 किग्रा; **7.** 5; **8.** 75 किमी; **9.** 600 पौधे, 900 पौधे; **10.** दोनों के भाव समान हैं। ₹ 7 प्रतिकिलो।

अभ्यास 12 (d)

1. (i) 18, (ii) 24, (iii) 47, (iv) 63; **2.** (i) 3/25, (ii) 3/20, (iii) 3/4, (iv) 7/20; **3.** (i) 25%, (ii) 15%, (iii) 40%, (iv) 75%; **4.** (1) $\frac{1}{4}$, (2) 75%, (3) $\frac{4}{25}$, (4) 40%

अभ्यास 12 (e)

1. (i) 0.25, (ii) 0.35, (iii) 0.30, (iv) 0.8; **2.** (i) 12%, (ii) 3%, (iii) 2.5%, (iv) 125%, **3.** (1) 0.1, 10% (2) $\frac{3}{10}$, 30% (3) $\frac{4}{5}$, 0.8 (4) $\frac{2}{25}$, 8%; (5) $\frac{1}{20}$, 0.05

अभ्यास 12 (f)

1. (i) 75, (ii) 120, (iii) 54 किग्रा, (iv) 508.5 लीटर; **2.** (i) 33.3 %, (ii) 25%, (iii) 5%, (iv) 2.5 %, **3.** 1125 बच्चे, **4.** 65%; **5.** 50%, **6.** 48 बालिकाएं, **7.** 700, **8.** 60%, **9.** 1%, **10.** 400

अभ्यास 12 (g)

1. (i) ₹ 18, (ii) 24 किग्रा, (iii) .375 मीटर, (iv) 937.5 लीटर; **2.** (i) $\frac{1}{5}$, (ii) 20%; **3.** (i) 20%, (ii) 37.5%, (iii) 12%, (iv) 160%; **4.** (i) 0.125, (ii) 0.45, (iii)0 .625, (iv)0.85; **5.** (i) 0.40, 40%, 40; (ii) $\frac{1}{25}$, 4%, 4 (iii) $\frac{81}{200}$, 0.405, 40.5; (iv) $\frac{2}{25}$, 0.08, 8%; **6.** (i) 20%, (ii) 25%, (iii) 30%, (iv)

4.2%; **7.** (ग) 26.25 किमी प्रति घंटा; **8.** (घ) 28^0**C; 9.** (ख) ₹ 736; **10.** 360; **11.** गणित में; **12.** पहले गाँव में; **13.** 60%, **14.** 250; **15.** 72 सेब; **16.** 10%; **17.** 5.6 मीटर; **18** 22000 लोग; **19.** 25600; **20.** 12.5%; **21.** 340 **22.** ₹ 216

अभ्यास 12 (h)

1. (i) ₹ 15 , (ii) ₹ 1200, (iii) ₹ 550, (iv) ₹ 100; **2.** ₹ 200 ; **3.** ₹ 875 **4.** ₹ 10500 ; **5.** ₹ 7600 ; **6.** ₹ 5000

अभ्यास 12 (i)

1. (i) ₹ 12, 6%, (ii) ₹ 20, 4%, (iii) ₹ 450, 10%, (iv) ₹ 25, 3.125 % (v) ₹ 1344, 12%; **2.** 10%; **3.** 33.3%; **4.** $11\frac{1}{9}\%$ **5.** ₹ 396 ; **6.** ₹ 46800; **7.** ₹ 1000 ; **8.** ₹ 2350 ; **9.** ₹ 220 ; **10.** (क) 25% लाभ, (ख) 30% लाभ, (ग) $33\frac{1}{3}\%$ हानि; **11.** ₹ 200; **12.** 10% की हानि; **13.** 25% का लाभ; **14.** (1) असत्य, (2) असत्य, (3) सत्य

अभ्यास 12 (j)

1. (क) ब्याज, (ख) समय, (ग) मूलधन, (घ) दर, (च) 100; **2.** (i) 110, (ii) 25, (iii) 550, (iv) 120, **3.** (i) 8% वार्षिक, (ii) 5% वार्षिक, (iii) 6% वार्षिक; **4.** (i) ₹ 21 , (ii) ₹ 100 , (iii) ₹ 4; **5.** (क) मूलधन, (ख) ब्याज, (ग) मिश्रधन, (घ) मूलधन**; 6.** 7% वार्षिक, **7.** ₹ 1920 ; **8.** ₹ 100 पर 1 वर्ष का ब्याज ₹ 12.50 है; **9.** ₹ 60; **10.** ₹ 16,320 ; **11.** 15% वार्षिक

अभ्यास 12 (k)

1. (ख) 70.00; **2.** (ग) 27.00; **3.** (क) 6.25; **4.** ₹ 743.75; **5.** 12042.250 किग्रा; **6.** ₹ 1543.75; **7.** 247.50 किमी;