इकाई : 7 ज्यामितीय अवधारणाएँ

AMEQKT

- ❖ बिन्दु
- ❖ संरेख बिन्दु (एक रेखीय बिन्दु)
- ❖ एक बिन्दुगामी रेखायें
- ❖ तल (समतल) के गुण
- ❖ बन्द और खुली आकृतियाँ

7.1 भूमिका

सृष्टि के अखण्ड स्वरूप और उसकी विशेषताओं के विविध आयामों को समझने और अन्य को समझाने में विभिन्न आकृतियों का अप्रतिम योगदान है। ज्यामिति का जन्म और उसका क्रमिक विकास मनुष्य के प्रकृति-प्रेम और उसमें उसके धार्मिक भावनाओं के झुकाव के कारण हुआ। मनुष्य को माँ की गोद से ही अपने प्रिय ज्यामितीय आकृतियों की अनुभूति है। जैन ग्रन्थों ने गणित को 'श्रेष्ठ कमल' कहा है। शब्द 'ज्यामिति' (Geometry) यूनानी शब्द जियोमीट्रीन (Geometrein) से बना है। जियो (Geo) का अर्थ भूमि और मिट्रीन (metrein) का अर्थ है मापना। पूर्व में ज्यामितीय अवधारणाएँ कला, वास्तुकला, शिल्पकला (Architecture) और भूमि मापन की आवश्यकताओं से विकसित हुई। वैदिक युगों में यज्ञों के लिए वेदियों, उनके निर्माण, खेतों का सीमांकन, भवनों, मंदिरों, झीलों, बाँधों और नगरों का निर्माण तथा कला और वास्तुकलाओं में इन अवधारणाओं का प्रचुर प्रयोग किया गया है। पुनः आजकल ज्यामितीय अवधारणाओं का विकास हम विभिन्न प्रकार की वस्तुओं जैसे बाक्स (पेटी), मेज, पुस्तक अपने स्कूल में लंच ले जाने के डिब्बे, गेंद जिसे बच्चे खेलते हैं आदि में अनुभव करते हैं और उनका प्रयोग आवश्यकतानुसार करते हैं। यहाँ इन सभी वस्तुओं के भिन्न-भिन्न आकार है। चित्रों को बनाने में जो रुलर (Ruler) और पेंसिल प्रयुक्त होता है वह सीधा (Straight) है जबकि 'एक रुपये का सिक्का या सी.डी. (Compact Disc) वृत्ताकार हैं।

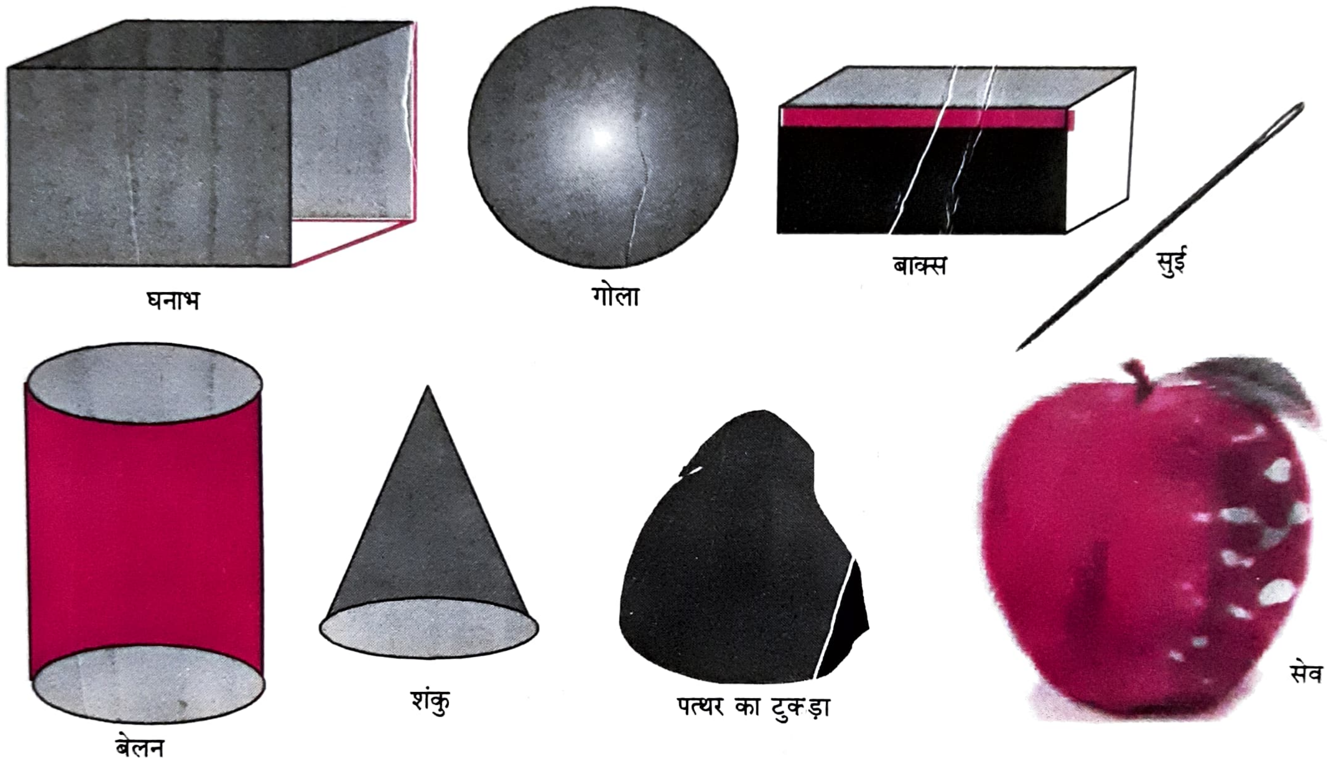
गणितज्ञों के अभिमत में किसी ज्यामितीय रचना की मूल इकाई या स्रोत आकृति बिन्दु (Point) माना गया है। महान गणितज्ञ यूक्लिड ने सर्वप्रथम अपनी पुस्तक एलिमेंटस (Elements) में सैद्धान्तिक अवधारणाओं से सम्बन्धित ज्यामितीय आकृतियों को संकल्पित तथा संकलित करने का अभूतपूर्व कार्य किया तथा ज्यामिति विषय की आधारशिला रखी, जो निम्न है :

* एक बिन्दु (Point) वह है जिसका कोई भाग नहीं होता।
* एक रेखा चौड़ाई रहित लम्बाई होती है।
* एक रेखा-खण्ड के सिरे बिन्दु होते हैं।

* एक सीधी रेखा ऐसी रेखा है जो स्वयं बिन्दुओं के साथ सपाट रूप से स्थित होती है।
* एक तल वह है जिसकी केवल लम्बाई और चौड़ाई होती है।
* एक समतल (Plane Surface) ऐसा पृष्ठ होता है जो स्वयं पर सपाट रूप से स्थित होता है।

अब यहाँ कुछ और ऐसे रोचक तथ्यों के बारे में पढ़ेंगे, जिनसे आपको अपने चारों ओर के परिवेश में उपस्थित विभिन्न आकारों के बारे में मौलिक व विस्तृत जानकारी मिलेगी।

दैनिक जीवन में हम अपने आस पास अनेक आकार की वस्तुओं को देखते हैं। ये आकार वक्रों या रेखाओं से मिलकर बने होते हैं। आइए नीचें दी गई कुछ वस्तुओं की आकृतियों को देखें और सोचें।



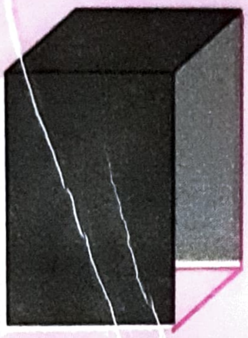
- चित्र में घनाभ तथा बाक्स की आकृति को देखने से ज्ञात होता है कि इसमें प्रत्येक के 6 पृष्ठ हैं जिन्हें हम फलक कहते हैं। प्रत्येक फलक के चार कोने होते हैं जिन्हें शीर्ष कहते हैं।
- गोला और सेब की आकृति देखिए, इसमें कोई स्पष्ट फलक नहीं है। अर्थात् इनके तल वक्र हैं। हम इन्हें वक्रतल या वक्र पृष्ठ कहते हैं।
- बेलन अथवा शंकु में कोई सीधा किनारा नहीं है, लेकिन इनके आधार वृत्ताकार है। यह तल सपाट या समतल है। इनके सिरों के तल को छोड़कर शेष तल वक्र तल हैं। पत्थर के टुकड़े का ऊपर वाला तल वक्र तल है।

प्रयास कीजिए

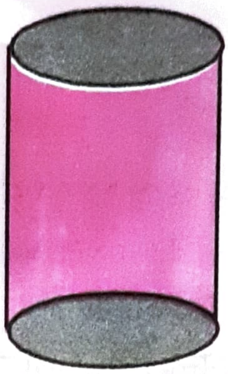
(a) अपने परिवेश से तीन-तीन वस्तुओं के नाम लिखिए जिनके पृष्ठ

(1) सभी समतल (2) सभी वक्रतल और (3) कुछ समतल और कुछ वक्र तल हों।

(b) निम्नांकित आकृतियों के तलों के नाम और उनकी संख्या बताइए।

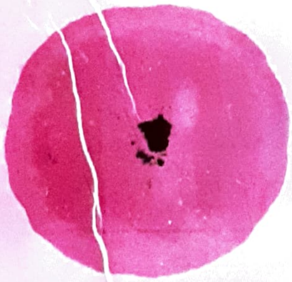


चाय का डिब्बा



बेलनाकार लकड़ी का कुन्दा

श्याम पट के सामने का भाग



नींबू का आधा भाग

गेंद

चर्चा कर निष्कर्ष निकालिए :

- प्रत्येक वस्तु के पृष्ठ या तल होते हैं। ये तल दो प्रकार के होते हैं :

  (1) समतल (2) वक्रतल

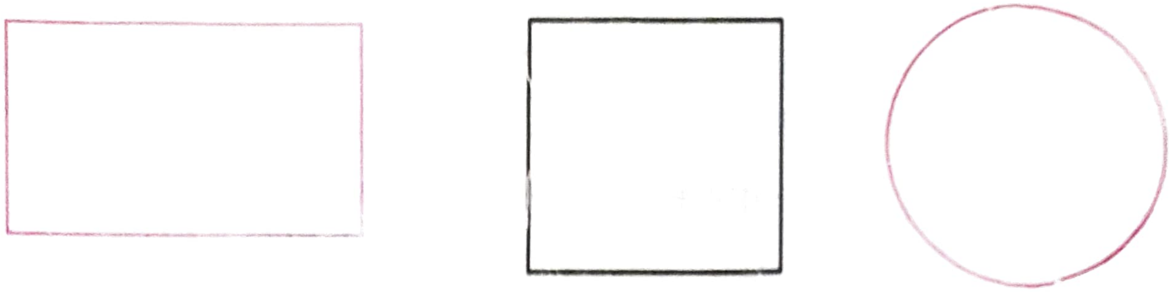
- सपाट पृष्ठ को समतल कहते हैं।
- वक्राकार पृष्ठ को वक्रतल कहते है।

क्रिया कलाप:

अपनी उत्तर पुस्तिका पर घनाभ, घन और रुपये का सिक्का रखकर पेंसिल से निशान लगाइए और इनसे बनने वाली आकृतियों पर विचार कीजिए।

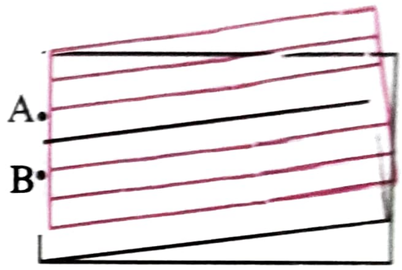
यहाँ हम देखते है कि इसके द्वारा क्रमशः आयत, वर्ग एवं वृत्त बनते हैं। ये सभी चित्र कागज के एक ही तल पर है अर्थात इन आकृतियों के तल कागज के एक बड़े तल पर हैं। कागज के तल को असीमित रूप से सभी दिशाओं में फैला हुआ माना जा सकता है।

अत: हम देखते हैं कि कोई समतल असीमित रूप में सभी दिशाओं में फैला होता है।



क्रिया कलाप :

एक कागज लेकर उसे बीच से मोड़िऐ। मोड़ वाले भाग (क्रीज) पर दो बिन्दु A और B लीजिए।मुड़े हुए कागज से कितने तल बन सकते हैं, अब कागज के क्रीज को स्थिर रखते हुए कागज के दोनों भागों को मोड़ के चारो तरफ घुमाइए। हम देखते हैं कि कागज के तल की भिन्न-भिन्न स्थितियाँ बनती हैं और प्रत्येक स्थिति एक समतल को निरूपित करती है। इस प्रकार जैसे-जैसे कागज को घुमाते जाते हैं वैसे वैसे नये समतल निरूपित होते जाते है। फलत: क्रीज के परित: कागज को घुमाकर असंख्य समतल बनाये जा सकते हैं।

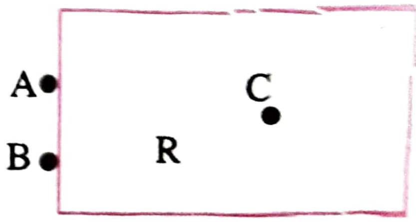


निष्कर्ष :

> दो बिन्दुओं से होकर असंख्य समतल प्राप्त किये जा सकते हैं।

7.2 समतल का निरूपण

एक समतल को व्यक्त करने के लिए कम से कम तीन असंरेख बिन्दुओं की आवश्यकता होती है। उपर्युक्त क्रियाकलाप से हम देखते हैं कि कागज के मोड़ पर लिए गये दो बिन्दु A और Bके परित: कागज को घुमाने पर विभिन्न स्थितियों में अलग-अलग समतल बनते हैं। यदि बिन्दु A और Bसे असंरेख कोई बिन्दु C ले लेते हैं तो कागज की स्थिति निश्चित हो जाती है । इस प्रकार की स्थिति में कागज एक और केवल एक ही समतल को निरूपित करेगा जैसा कि दिये गये चित्र से स्पष्ट है।

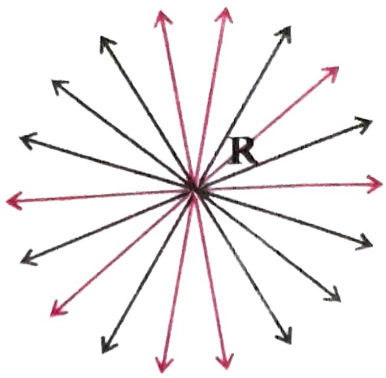


निष्कर्ष :

> तीन असंरेखीय बिन्दुओं से एक और केवल एक ही समतल खींचा जा सकता है।

समतल के गुण

क्रिया कलापः



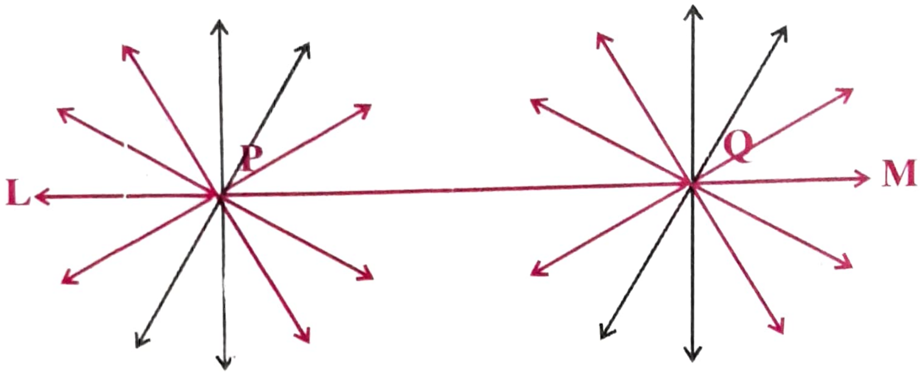
अपनी अभ्यास पुस्तिका के किसी पृष्ठ पर कोई एक बिन्दु R लें। अब क्या आप बता सकते हैं कि बिन्दु R से कागज के तल पर कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

चित्रानुसार बिन्दु R से असंख्य (अनगिनत) रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

निष्कर्षः

> समतल में एक बिन्दु से जाने वाली असंख्य रेखाएं खींची जा सकती हैं।

क्रिया कलाप :



कागज तल पर दो बिन्दु P और Q लें। यहाँ बिन्दु P और बिन्दु Q से अलग-अलग असंख्य रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

पुनः चित्र से स्पष्ट है कि साथ-साथ एक बिन्दु P और Q से जाने वाली एक और केवल एक रेखा खींची जा सकती है।

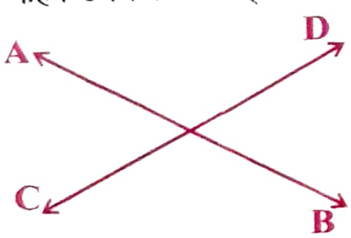
सोचें और निष्कर्ष निकालें

समतल में स्थित किन्हीं दो बिन्दुओं से उसी तल में एक और केवल एक रेखा खींची जा सकती है और रेखा का प्रत्येक बिन्दु उस तल से कभी भी बाहर नहीं होता है।

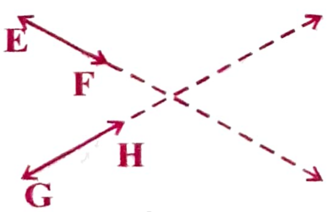
एक समतल की दो रेखाओं (रेखा युग्म) के गुण

क्रिया कलापः

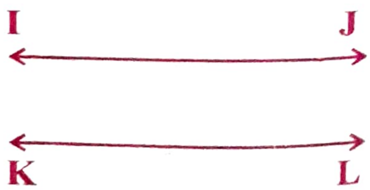
कक्षा में शिक्षार्थियों से अपनी-अपनी उत्तर पुस्तिका के किसी पृष्ठ पर रेखाओं के विभिन्न जोड़े खींचने को कहें। उनमें निम्नवत् स्थितियाँ होगी।



चित्र 1



चित्र 2



चित्र 3

देखते हैं :

(i) रेखा युग्म एक दूसरे को किसी बिन्दु पर प्रतिच्छेदित करते है। (चित्र 1)

(ii) रेखा युग्म को बढ़ाने पर एक दूसरे को प्रतिच्छेदित करते है। (चित्र 2)

(iii) रेखा युग्म किसी दशा में प्रतिच्छेदित नहीं करते हैं। (चित्र 3) (ऐसी रेखाएँ समान्तर रेखायें कहलाती हैं।)

निष्कर्ष :

> एक ही तल में स्थित रेखाएं परस्पर प्रतिच्छेदित करती हैं अथवा समांतर होती है। परन्तु विभिन्न तलों में स्थित रेखायें सम्भव है कि समान्तर न होने पर भी प्रतिच्छेदित न करें।

अभ्यास 7(a)

1. निम्नलिखित शब्दों में से उपयुक्त शब्द चुनकर रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए:

(असंख्य, एक, वक्र)

(a) समतल में स्थित दो बिन्दुओं से होकर ....रेखा खींची जा सकती है।

(b) समतल में स्थित किसी रेखा में ....बिन्दु होते हैं।

(c) गोले का तल............होता है।

(d) समतल में स्थित एक बिन्दु से होकर..........रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

2. निम्नलिखित कथनों में सही कथन के सामने कोष्ठक में सही चिह्न (✓) तथा गलत कथन के सामने क्रॉस का चिह्न (×) लगाइए :

(a) कागज का तल समतल है। ( )

(b) तीन असंरेखीय बिन्दुओं से असंख्य समतल खींचे जा सकते है। ( )

(c) समतल में स्थित दा रेखाएँ सदैव समान्तर होती है। ( )

(d) कमरे की दीवार का तल समतल है। ( )

3. स्तम्भ A एवं B में सही जोड़े का मिलान कीजिए:

स्तम्भ A	स्तम्भ B
1. ग्लोब	
2. स्टील आलमारी	P समतल
3. खीरा	
4. लोहे का पाइप	Q समतल और वक्रतल
5. शंकु	

6. श्यामपट का तल

7. ठोस बेलन | R वक्रतल

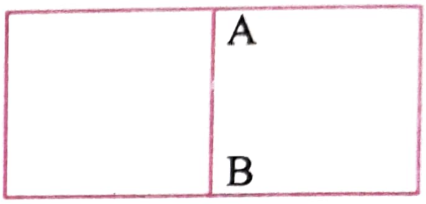
8. कॉंच की गोली

4. ठोस बेलन में कितने समतल एवं कितने वक्रतल होते हैं?

5. समतल के तीन गुण बताइए।

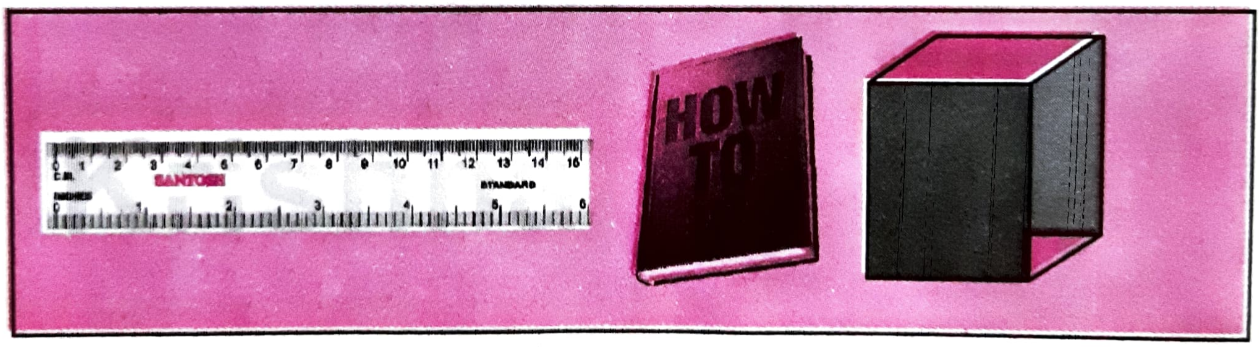
6. समतल वाली वस्तुओं एवं वक्रतल वाली वस्तुओं के चार उदाहरण दीजिए।

7.3 रेखाखंड



एक कागज का पन्ना लें, मोड़ें और भली प्रकार से दबाएँ। क्या आपको कागज पर कोई मोड़ का निशान दिखाई देता है ? जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, कागज पर '*AB*' एक क्रीज (मोड़) दिखाई देता है, जो एक रेखाखंड का आभास कराता है जिसके A और B दो अंत्य बिन्दु (End Points) हैं। चित्र के रेखाखंड को $\overline{AB}$ या $\overline{BA}$ द्वारा व्यक्त करते हैं।

एक धागा लीजिए और समतल पर अपने दोनों हाथों से उसके दोनों सिरों को पकड़ कर खींचे ताकि वह पूर्ण रूप से सीधा हो जाय, धागे की यह स्थिति एक रेखाखंड को निरूपित करती है, तथा हाथों से पकड़े हुए सिरे इस रेखाखंड के अंत्य बिन्दु हैं। रेखाखंड AB को $\overline{AB}$ या $\overline{BA}$ द्वारा व्यक्त करते हैं।



प्रयास कीजिए

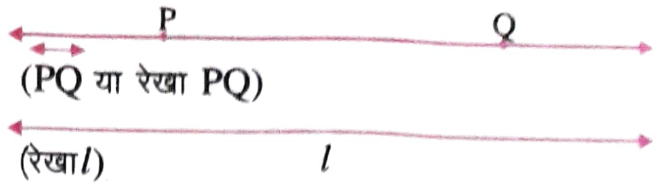
उपर्युक्त आकृतियों में रेखाखंड आभास कराने वाले भागों के नाम बताइए -

रेखा:

कल्पना कीजिए कि निम्नांकित चित्रानुसार रेखाखंड ($\overline{AB}$) को *A* से एक दिशा में और *B* से आगे दूसरी दिशा में बिना किसी अंत के विस्तृत किया गया है।

ध्यान दें

रेखा $\overleftrightarrow{AB}$ के दोनों सिरों पर तीर की नोंक के चिह्न बने हैं जो यह प्रदर्शित करते हैं कि : रेखा का कोई अन्तिम बिन्दु नहीं होता है। यह दोनों दिशाओं में अनन्त तक फैली हुई है। रेखा को दो विधियों द्वारा प्रदर्शित करते हैं : यदि रेखा पर दो बिन्दु P और Q दिये गये हैं तो रेखा को $\overleftrightarrow{PQ}$ द्वारा और बिन्दु न दिये जाने पर अंग्रेजी वर्णमाला के छोटे अक्षर से निरूपित करते है। जैसे- रेखा l, रेखा m, रेखा n .... आदि।

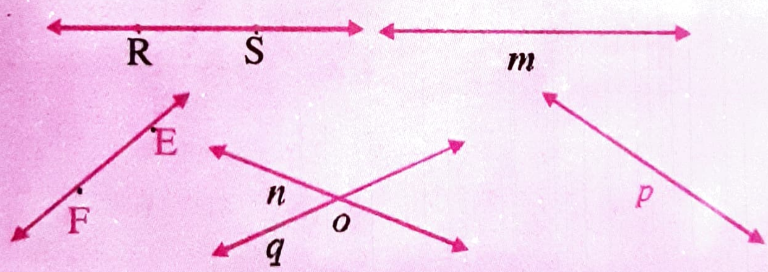


निष्कर्ष :

1. रेखा सीधी होती है जिसका दोनों विपरीत दिशाओं में विस्तार अपरिमित होता है।
2. रेखा में कोई भी अन्त्य बिन्दु नहीं होता है।
3. रेखा के किसी भाग को रेखाखंड कहते है, जिसमें दोनों ओर अन्त्य बिन्दु होते हैं।
4. ज्यामिति में रेखा से अभिप्राय सम्पूर्ण रेखा से होता है न कि उसके किसी एक भाग से।

प्रयास कीजिए

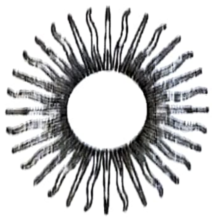
नीचे कुछ रेखाएँ खींची गई हैं, उनके नाम लिखिए -



किरण (Ray) :

निम्नांकित चित्रों को देखिये और सोचिए।

दीपक से निकलती हुई प्रकाश की किरणे



सूर्य की किरणे

टार्च से निकलती हुई प्रकाश की किरणें

चित्र से स्पष्ट है कि किरण रेखा का एक भाग है। यह एक बिन्दु से प्रारम्भ होती है जिसे प्रारंभिक बिन्दु (Initial point) कहते हैं और एक दिशा में अन्त्यहीन होती है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। यहाँ पर O प्रारम्भिक या निगमन बिन्दु है तथा P किरण पर कोई अन्य बिन्दु है। इस किरण को $\overrightarrow{OP}$ से व्यक्त करते हैं।

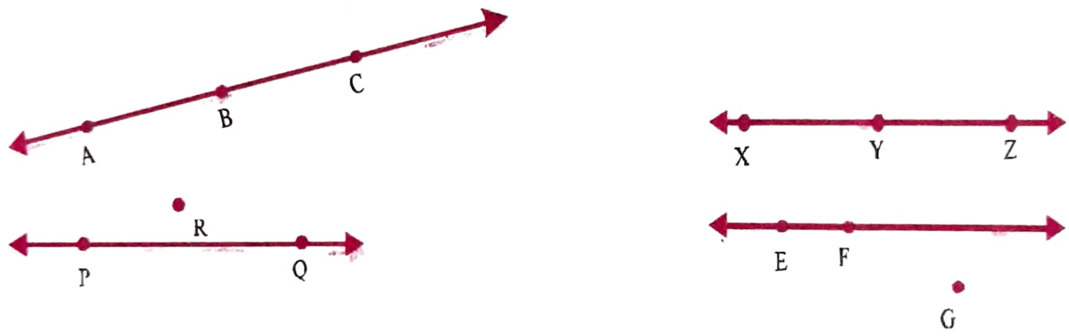
प्रयास कीजिए

तीन किरणें खींचिए जिनका निगमन बिन्दु O हो।

7.4 संरेख बिन्दु (एक रेखीय बिन्दु)

इनपर चर्चा कीजिए और निष्कर्ष निकालिए :

1. कागज के तल पर तीन बिन्दुओं को अलग-अलग समूह, (i)A, B और C (ii) X, Y और Z (iii)P,Q और R तथा (iv) E, F और G निम्नवत् अंकित कीजिए। प्रत्येक समूह के किन्हीं दो बिन्दुओं, जैसे (i)A और B (ii) X तथा Y (iii) P और Q तथा (iv) E और F से जाने वाली रेखाएं खींचिए।



ध्यान दें

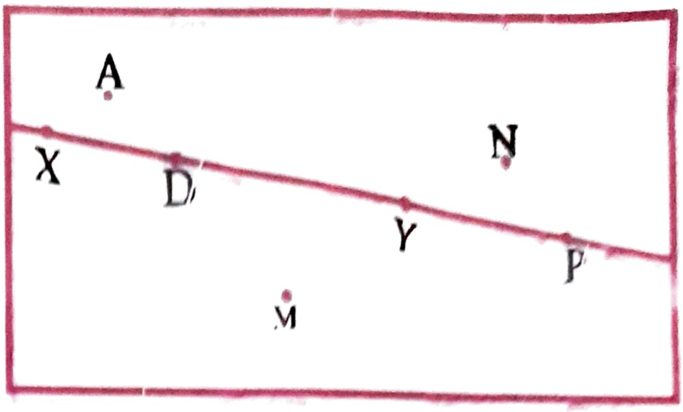
1. उक्त रेखाओं को देखने पर निम्नलिखित निष्कर्ष प्राप्त होते है:
   i. समूह के तीनों बिन्दु एक ही रेखा पर हैं अर्थात रेखा समूह के तीनों बिन्दुओं से होकर जाती है। जैसे समूह A,B,C से एक और समूह X, Y, Z से दूसरी रेखा जाती है।
   ii. समूह के तीनों बिन्दु एक ही रेखा पर नहीं हैं। जैसे- समूह P,Q,R में बिन्दु R रेखा PQ के बाहर है तथा समूह E,F,G में बिन्दु G रेखा EF के बाहर हैं।

एक तल में स्थित तीन या तीन से अधिक बिन्दु संरेख (एक रेखीय बिन्दु) कहलाते हैं, यदि वे सभी एक ही रेखा पर स्थित हों।

क्रिया कलाप :

कागज के तल पर कई बिन्दु A, D, M, N,P,X तथा Y चित्रवत् अंकित कीजिए। उसे मोड़कर इस तरह दबायें

कि मोड़ पर दो बिन्दु X तथा D अवश्य पड़ें। कागज को खोलकर देखने से अन्य बिन्दुओं की स्थिति स्पष्ट हो जाती है कि ये इस रेखा पर स्थित हैं या नहीं। हम पाते हैं कि बिन्दु X, D, Y तथा P रेखा पर स्थित हैं। अतः ये रेखीय बिन्दु है जबकि बिन्दु A, N, तथा M इस रेखा से बाहर हैं। स्पष्टतः A, D, M, N, P, X तथा Y **अरेखीय बिन्दु** हैं।



ध्यान दें

दोनों सिरों पर तीर की नोंक के चिह्न बने हैं जो यह प्रदर्शित करते हैं कि रेखा का कोई अन्तिम बिन्दु नहीं होता है। यह दोनों दिशाओं में अनन्त तक फैली हुई है। इस रेखा को PQ अथवा अंग्रेजी के छोटे अक्षर l से प्रदर्शित कर सकते हैं।

हमने क्या चर्चा की

1. रेखा सीधी होती है जिसका दोनों दिशाओं में विस्तार अपरिमित होता है।
2. रेखा में अन्त्य बिन्दु नहीं होता है। यदि रेखा पर दो बिन्दु A और B लिए जायँ तो रेखा AB को $\overleftrightarrow{AB}$ से प्रदर्शित करते हैं।
3. रेखा को अंग्रेजी वर्णमाला के किसी छोटे अक्षर जैसे l, m, n आदि लिखकर भी प्रदर्शित किया जा सकता है।
4. रेखा के किसी एक भाग को रेखाखंड कहते हैं जिसमें उसके दोनों ओर अन्त्य बिन्दु होते हैं। यदि रेखाखंड के दोनों अन्त्य बिन्दु A और B हैं तो इसे $\overline{AB}$ से निरूपित करते हैं।
5. ज्यामिति में रेखा से हमारा अभिप्राय सम्पूर्ण रेखा से होता है न कि उसके किसी एक भाग से।

इन्हें कीजिए, चर्चा कीजिये और निष्कर्ष निकालिए :

कागज पर एक रेखा XY खींचकर उसपर एक बिन्दु O अंकित कीजिए।

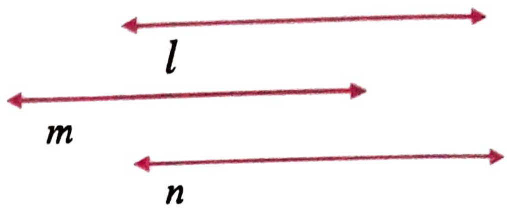
हम देखते हैं कि रेखा के दो भाग हो गये। रेखा का एक भाग जिस पर बिन्दु O तथा रेखा के वे सभी बिन्दु सम्मिलित हैं जो बिन्दु O के बायीं ओर है तथा रेखा का दूसरा भाग जिस पर बिन्दु O तथा रेखा के वे सभी बिन्दु

सम्मिलित हैं जो बिन्दु O के दायीं ओर हैं। ये दोनों भाग अगल-अलग दो किरणें, किरण OX तथा किरण OY प्रदर्शित करते हैं। बिन्दु O को इन किरणों का निगमन बिन्दु कहते हैं। यह आकृतियाँ ऊपर दर्शित हैं। हम इसे क्रमशः $\overrightarrow{OX}$ और $\overrightarrow{OY}$ से निरूपित करते है।

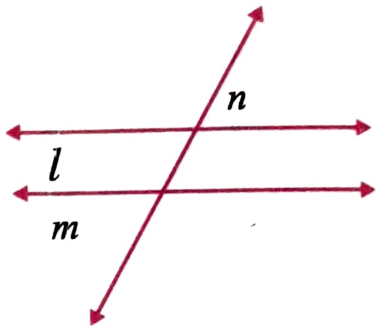
7.5 एक बिन्दुगामी रेखाएँ

समतल पर कोई तीन रेखाएँ लेने पर निम्नांकित चार स्थितियों में से कोई एक ही स्थिति बनेगी।

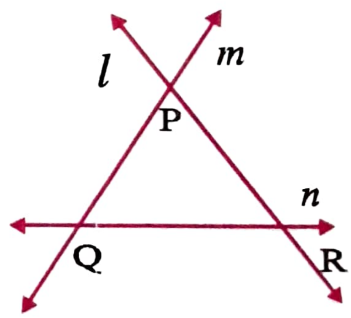
1. तीनों रेखाएँ एक दूसरे के समान्तर हो सकती है।



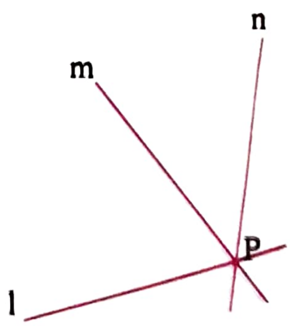
2. तीनों रेखाओं में कोई दो आपस में समान्तर हों तथा तीसरी रेखा उन्हें प्रतिच्छेदित करती हो।



3. तीनों रेखाओं में कोई भी रेखा आपस में समान्तर न हों तथा उनमें से प्रत्येक दो रेखाएँ एक दूसरे को प्रच्छिेदित करती हों।



4. तीनों रेखाओं में कोई दो रेखा आपस में समान्तर न हों तथा तीनों रेखाएँ एक दूसरे को एक सर्वनिष्ठ P बिन्दु पर प्रतिच्छेदित करें। इस स्थिति में तीनों रेखाएं एक बिन्दु P से होकर जाती है। ऐसी रेखाओं को एक बिन्दुगामी रेखाएँ कहते हैं तथा बिन्दु P को उनका संगमन बिन्दु कहते है।



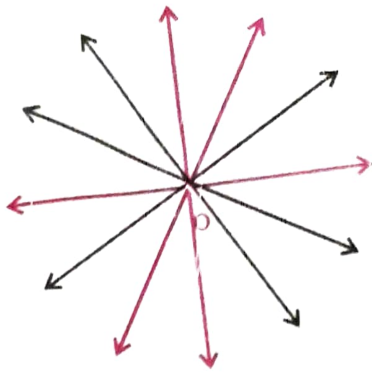
(एक बिन्दुगामी रेखाएँ तथा संगमन बिन्दु P)

इस प्रकार एक ही बिन्दु O से जाने वाली अनंत रेखाएँ खींची जा सकती हैं।

एक ही तल में यदि तीन या अधिक रेखाएँ एक ही बिन्दु से होकर जाएँ तो वे एक बिन्दुगामी रेखाएँ कहलाती हैं और यह बिन्दु उनका संगमन बिन्दु कहलाता है।

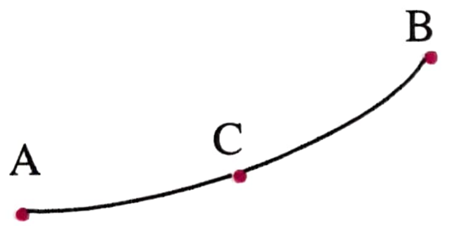
निम्नांकित कथन सत्य है या असत्य, इस पर समूह में चर्चा कीजिए?

(a) रेखा सीमित लम्बाई की होती हैं।
(b) एक तल में दो रेखाएँ सदैव एक दूसरे का प्रतिच्छेदन करती हैं। जबकि अलग-अलग तलों में ऐसा सदैव आवश्यक नहीं है।
(c) एक बिन्दु से एक ही रेखा खींची जा सकती है।
(d) दो बिन्दुओं से होकर केवल एक रेखा ही खींची जा सकती है।
(e) एक रेखा में दो दिशाएँ होती हैं।
(f) दो समान्तर रेखाएँ एक दूसरे से कभी नहीं मिलती हैं।
(g) किसी तल में स्थित तीन या तीन से अधिक रेखाएँ एक बिन्दुगामी होंगी यदि वे सभी रेखाएँ उस तल में स्थित एक ही बिन्दु से होकर जाएँ।

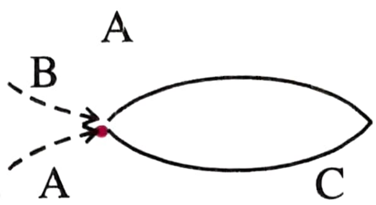


(एक बिन्दुगामी रेखाएँ तथा संगमन बिन्दु o)

7.6 बन्द और खुली आकृतियों का बोध



चित्र - (i)

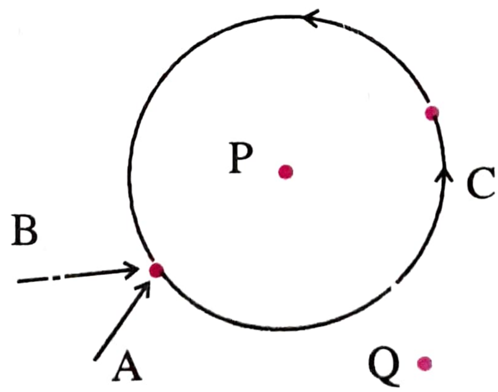


चित्र - (ii)

यहाँ पर चित्र (i) में ACB कोई वक्र है जिसमें प्रारम्भिक बिन्दु A तथा B उसका अन्त्य बिन्दु है। यदि बिन्दु A और B परस्पर संपाती हो जाय (चित्र ii) तो ACB एक बन्द आकृति होगी। इसके विपरीत यदि बिन्दु A और B संपाती न हो तो आकृति ACB एक खुली आकृति है।

बन्द आकृतियों का अभ्यंतर और उसका बाह्य क्षेत्र

चित्र (iii) में ACB एक बन्द आकृति है जिसमें बिन्दु A और B संपाती है। बिन्दु A से C की ओर वक्र के अनुगत बामावर्त (anti clockwise) गति करने पर हमारे बायें हाथ की ओर का क्षेत्र अभ्यंतर अथवा अन्तः (Interor) क्षेत्र तथा दायें हाथ की ओर का क्षेत्र बाह्य क्षेत्र (Exterior) कहलाता है। चित्र (iii) में बिन्दु P अभ्यंतर में तथा



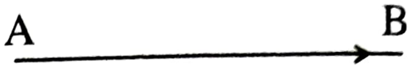
चित्र (iii)

बिन्दु Q बाह्य क्षेत्र में स्थित हैं। बिन्दु A, C और B, वक्र पर स्थित है। इसी प्रकार

(1) चित्र (iv) में रंगा भाग एक बन्द क्षेत्र है तथा वक्र एवं बंद क्षेत्र को छोड़कर क्षेत्र बाह्य क्षेत्र है।

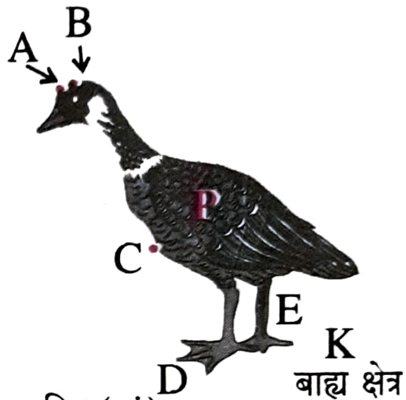
बाह्य क्षेत्र
चित्र (iv)

(2) चित्र (v) में प्रारम्भिक बिन्दु A है जो अपने अन्त्य बिन्दु B से संपाती नहीं है। अतएव किरण AB एक खुली आकृति का निर्माण करती है।



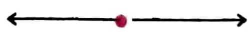
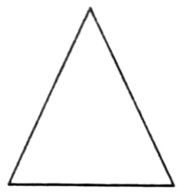
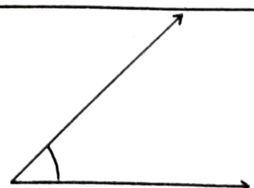
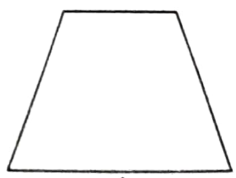
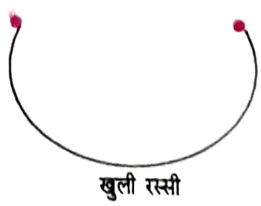
चित्र (v)

(3) चित्र (vi) किसी पक्षी के छाया चित्र को प्रदर्शित करता है। अन्त्य बिन्दु A और B संपाती (एक ही) होने के कारण ACDEB एक बन्द क्षेत्र है। चित्र (vi) में P आन्तरिक तथा K कोई बाह्य बिन्दु है।



चित्र (vi)

(4) कुछ खुली और बन्द आकृतियाँ चार्ट के माध्यम से पार्श्व तालिका में दिखाई गयी हैं।

खुली आकृति	बन्द आकृति
 रेखा	 त्रिभुज
 कोण	 चर्तुभुज
 खुली रस्सी	गाँठ लगी रस्सी

अभ्यास 7(b)

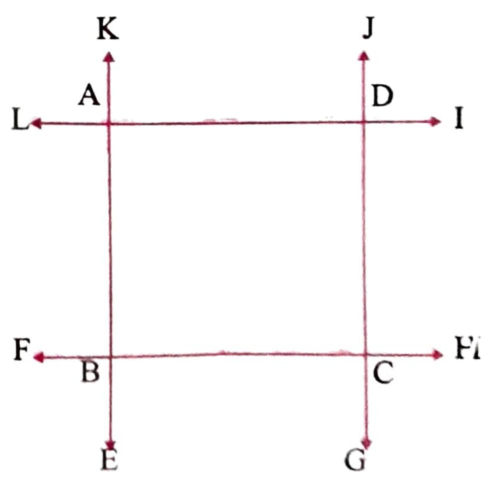
1. अपनी अभ्यास पुस्तिका में एक रेखा खींचिए और अंग्रेजी वर्णमाला के एक छोटे अक्षर का प्रयोग करके उसका नाम लिखिए।
2. अपने आस-पास में उपलब्ध वस्तुओं की सहायता से कोई तीन ऐसे उदाहरण दीजिए जिनसे रेखाओं (या उनके भाग) का बोध होता हो।
3. रेखा और किरण में अन्तर चित्र खींचकर स्पष्ट करें।
4. दिए गये प्रारम्भिक बिन्दु (निगमन बिन्दु) A और एक अन्य बिन्दु B से होकर जाती हुई एक किरण खींचिए।

दक्षता अभ्यास 7

1. तीन संरेख बिन्दुओं से होकर जाती हुई कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं ?
2. कागज के तल पर निम्नांकित बिन्दुओं को अंकित कर स्पष्ट कीजिए:
   (a) एक बिन्दु से कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं।
   (b) दो बिन्दुओं से कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं।
   (c) तीन बिन्दु, जो संरेख नहीं हैं, में से दो-दो बिन्दुओं से कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं।
   (d) चार बिन्दु, जिनमें कोई तीन संरेख नहीं हैं, में से दो-दो बिन्दुओं से कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं।
   (e) पाँच बिन्दु, जिनमें कोई तीन संरेख नहीं हैं, में से दो-दो बिन्दुओं से कितनी रेखाएँ खींची जा सकती हैं।
3. स्तम्भ A एवं B में सही जोड़े का मिलान कीजिए।

स्तम्भ A	स्तम्भ B
(a) किरण	$\overleftrightarrow{AB}$
(b) रेखा	$\overline{AB}$
(c) रेखाखंड	$\overrightarrow{AB}$
(d) बन्द आकृति	ABA

4. किसी तल पर स्थित एक रेखा में कितने बिन्दु हो सकते हैं ?
5. (i) दी गई आकृति में रेखाओं के नाम लिखिए।
   (ii) आकृति की उन रेखाओं के नाम लिखिए जो बिन्दु A से होकर जाती है।
   (iii) आकृति में बन्द आकृति का नाम लिखिए
   (iv) आकृति KADJ कैसी आकृति है, खुली या बन्द
   (v) आकृति KAL खुली आकृति है या बन्द

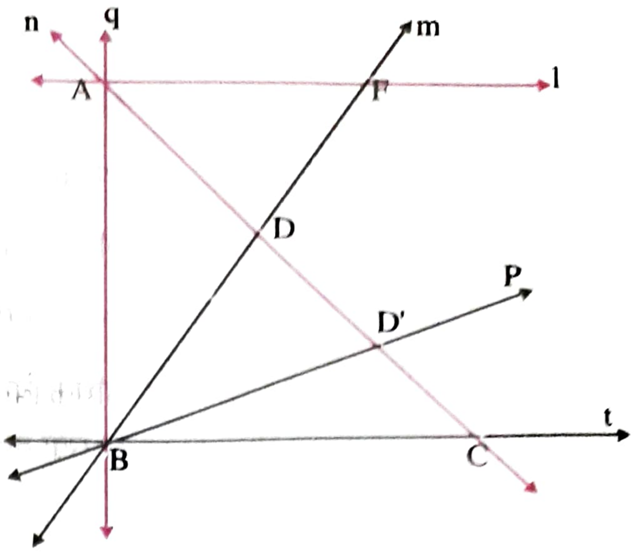


6. निम्नांकित आकृति में एक बिन्दुगामी रेखाएँ और उनके संगमन बिन्दु लिखिए।

(i) पार्श्व आकृति में एक बिन्दुगामी रेखायें और उनके संगमन बिन्दु लिखिए

(ii) पार्श्व चित्र में AFB में खुली आकृति है या बंद?

(iii) पार्श्व चित्र में FDD'P कैसा क्षेत्र है और यह खुली आकृति है या बन्द ?



प्रोजेक्ट (Project): तीन असंरेखीय बिन्दुओं से होकर जाने वाला एक और केवल एक ही तल होता है। इसका प्रयोग दैनिक जीवन में कहाँ-कहाँ है ? अपने पर्यावरण एवं विद्यालय की वस्तुओं में उपकरणों को देखकर बताइए।

इस इकाई में हमने सीखा

1. सभी ठोसों में सतह होती है। सतह को तल कहते हैं।
2. परिवेश में उपलब्ध सभी वस्तुओं में तल होता है।
3. तल दो प्रकार के होते हैं-

   (i) सपाट (Flat) (ii) वक्र (Curve)
4. समतल सभी दिशाओं में असीमित रूप से फैला होता है।
5. दो बिन्दुओं से होकर अनंत समतल जाते हैं।
6. तीन असंरेखीय बिन्दुओं से एक और केवल एक ही समतल खींचा जा सकता है।
7. समतल में स्थित दो बिन्दुओं से एक और केवल एक ही रेखा खींची जा सकती है। यह रेखा उसी तल में होती है जिसमें दो बिन्दु स्थित होते हैं।
8. समतल में दो बिन्दुओं से जाने वाली रेखा का प्रत्येक बिन्दु तल पर स्थित होता है। रेखा का कोई भी बिन्दु तल के बाहर नहीं होता है।
9. एक ही समतल में स्थित दो रेखाएँ या तो परस्पर प्रतिच्छेदन करती हैं अथवा समान्तर होती हैं।
10. रेखा सीधी होती है जिसका दोनों दिशाओं में विस्तार अपरिमित होता है।
11. रेखा में अन्त्य बिन्दु नहीं होता है। यदि रेखापर दो बिन्दु A और Bलिये जाएं तो रेखा को $\overleftrightarrow{AB}$ से प्रदर्शित करते है।

12. रेखा को अंग्रेजी वर्णमाला के किसी छोटे अक्षर जैसे l, m, n आदि को लिख कर भी प्रदर्शित किया जाता है।

13. रेखा के किसी एक भाग को रेखाखण्ड कहते हैं जिसमें दोनों ओर अन्त्य बिन्दु होता है।

14. ज्यामिति में रेखा से हमारा अभिप्राय सम्पूर्ण रेखा से होता है न कि उसके एक भाग से।

15. किरण में केवल एक ही दिशा होती है। इसे तीर (→) से निरूपित करते हैं।

16. किरण में केवल एक ही अन्त्य बिन्दु या निगमन बिन्दु होता है।

17. एक तल में स्थित तीन या तीन से अधिक बिन्दु संरेख (एक रेखीय बिन्दु) कहलाते हैं, यदि वे सभी एक ही रेखा पर स्थित हों। यह रेखा संरेखता की रेखा कहलाती है।

18. एक ही तल में दो रेखायें जिस बिन्दु पर प्रतिच्छेदित करती है, वह बिन्दु प्रतिच्छेदन बिन्दु कहलाता है।

19. एक ही तल में यदि तीन या अधिक रेखाएं एक ही बिन्दु से होकर जाएं तो वे एक बिन्दुगामी रेखाएँ कहलाती हैं और यह बिन्दु उनका संगमन बिन्दु कहलाता है।

20. किसी वक्र द्वारा कभी खुली तो कभी बन्द आकृति निर्मित की जा सकती है।

उत्तरमाला

अभ्यास 7 (a)

1. (a) एक (b) असंख्य (c) वक्र (d) असंख्य; 2.(a) सही (b) गलत (c) गलत (d) सही 3. 2 और 6 → P, 5, 7 → Q और 1,3,4 और 8 → R, 4. 2 समतल और एक वक्रतल

अभ्यास 7 (b)

3. रेखा ⟷ , किरण ⟶; 4. (d)

दक्षता अभ्यास 7

1. एक; 2. (a) असंख्य (b) एक (c) तीन (d) 6 (e) 10; 3. (a) किरण $\overrightarrow{AB}$, (b) रेखा $\overleftrightarrow{AB}$, (c) रेखाखण्ड $\overline{AB}$ 4. असंख्य 5. (i) $\overleftrightarrow{AD}, \overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{BC}, \overleftrightarrow{CD}$, (ii) $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$; (iii) ABCD, (iv) खुली, (v) खुली, 6. (i)संगमन बिन्दु A और बिन्दुगामी रेखाएँ l, q और n तथा संगमन बिन्दु B की बिन्दुगामी रेखाएँ q,m,p और t, (ii) बन्द, (iii) खुला