



- ❖ पाई चार्ट (वृत्तारेख) की अवधारणा तथा निरूपण
- ❖ आँकड़ों की केन्द्रीय प्रवृत्ति और उसके प्रकार
- ❖ समांतर माध्य की गणना (जब बारम्बारता नहीं दी हो)
- ❖ समान्तर माध्य ज्ञात करना (जब पदों की बारम्बारता दी हो)

3.1 भूमिका

आपने पिछली कक्षा में पढ़ा है कि निश्चित उद्देश्य से जो संख्यात्मक तथ्य एकत्र किए जाते हैं, वे आँकड़े कहलाते हैं।

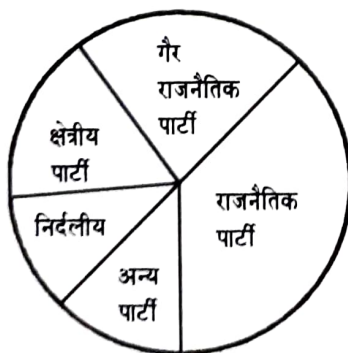
आपने अव्यवस्थित आँकड़ों को व्यवस्थित करना, बारम्बारता सारणी बनाना, अवर्गीकृत आँकड़ों के चित्रिय निरूपण, पिक्टोग्राफ (चित्रारेख) एवं बार ग्राफ (दंडारेख) बनाना सीख लिया है। अब इस इकाई में हम लोग अवर्गीकृत आँकड़ों के पाई चार्ट (वृत्तारेख) की अवधारणा तथा निरूपण, केन्द्रीय प्रवृत्तियाँ, अवर्गीकृत आँकड़ों का समांतर माध्य तथा साथ ही बारम्बारता ज्ञात होने पर समांतर माध्य आदि का अध्ययन करेंगे।

3.2 वृत्तारेख या पाई ग्राफ की अवधारणा तथा निरूपण

आँकड़ों को वृत्तारेख या पाईग्राफ द्वारा निरूपण भी एक सशक्त माध्यम है। इस प्रकार के प्रदर्शन में आँकड़ों को किसी वृत्त के त्रिज्य खंडों (Sectors) के द्वारा प्रस्तुत किया जाता है।

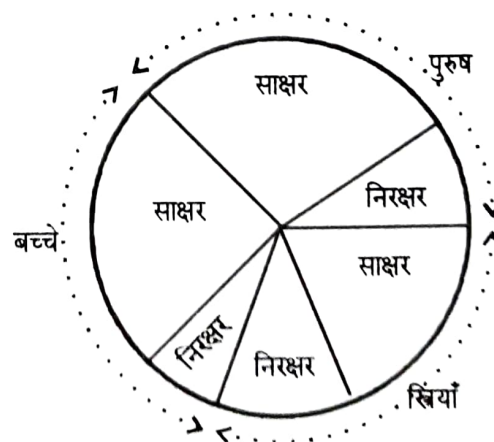
आपने समाचार पत्रों में वृत्तीय रूप में निरूपित आँकड़ों को निम्नांकित प्रकार से प्रस्तुत हुए अवश्य देखा होगा।

परिषदीय चुनाव में विभिन्न
पार्टियों को प्राप्त मत



चित्र 3.1

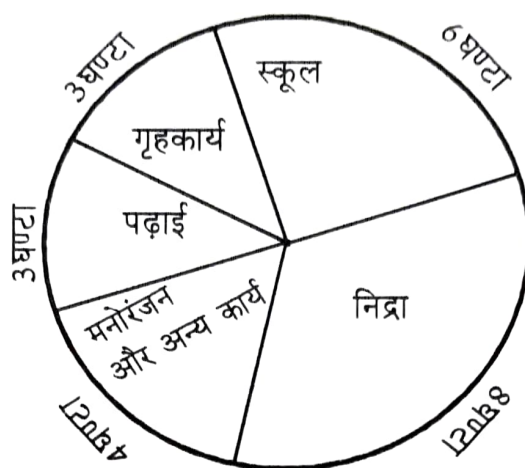
किसी कस्बे में कुल साक्षरता



चित्र 3.2

ये निरूपण वृत्त आरेख (circle graph) कहलाता है। वृत्त आरेख सम्पूर्ण और उसके भागों में सम्बन्ध दर्शाता है। सम्पूर्ण वृत्त को त्रिज्य खंडों में विभाजित किया जाता है और प्रत्येक त्रिज्यखंड की माप उसके द्वारा निरूपित सूचना के समानुपाती होती है। वृत्त आरेख पाई चार्ट (pie chart) भी कहलाता है।

पार्श्वीकित चित्र में एक बच्चे द्वारा एक दिन में विभिन्न क्रिया कलापों में व्यतीत किया गया समय वृत्तारेख द्वारा दिखाया गया है।



चित्र 3.3

प्रस्तुत आरेख में बच्चे द्वारा स्कूल में व्यतीत किये गये समय (घण्टों में) को त्रिज्य खंड का आनुपातिक भाग

$$= \frac{\text{स्कूल में घण्टों की संख्या}}{\text{सम्पूर्ण दिन}}$$

$$= \frac{6 \text{ घण्टे}}{24 \text{ घण्टे}} = \frac{1}{4}$$

इसलिए इस त्रिज्य खंड को पूरे वृत्त का $\frac{1}{4}$ भाग के रूप में खींचा गया है। इसी प्रकार सोने की क्रिया में व्यतीत समय के त्रिज्यखंड का आनुपातिक भाग

$$= \frac{\text{निद्रा में व्यतीत घण्टों की संख्या}}{\text{सम्पूर्ण दिन}}$$

$$= \frac{8 \text{ घण्टे}}{24 \text{ घण्टे}} = \frac{1}{3}$$

इस त्रिज्य खंड को पूरे वृत्त का $\frac{1}{3}$ भाग के रूप में दिखाया गया है। इसी प्रकार अन्य त्रिज्य खंडों के माप ज्ञात किए जा सकते हैं।

सभी क्रिया कलापों की भिन्नों को जोड़ने पर आप देखते हैं कि योग एक प्राप्त होता है।

प्रयास कीजिए

पाश्चात्तिक पाई आरेख के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दीजिए



एक टी.वी. चैनल पर दिखाये जाने वाले कार्यक्रम

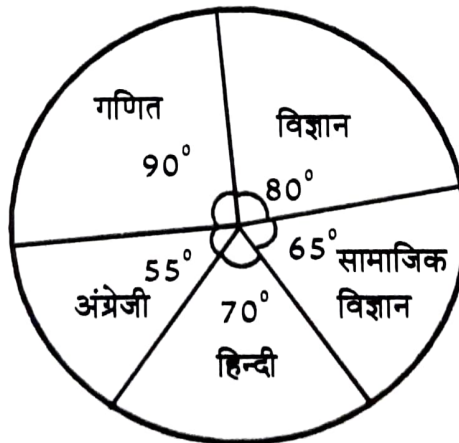
चित्र 3.4

1. किस प्रकार के कार्यक्रम सबसे अधिक देखे जाते हैं।
2. किस प्रकार के कार्यक्रम सबसे कम देखे जाते हैं।
3. समाचार देखने वाले दर्शकों का प्रतिशत कितना है ?
4. मनोरंजन कार्यक्रम के अतिरिक्त अन्य कार्यक्रम देखने वाले दर्शकों का कुल प्रतिशत कितना है।

क्रियाकलाप 1

वार्षिक परीक्षा में अलका द्वारा हिन्दी, अंग्रेजी, गणित, विज्ञान और सामाजिक विज्ञान में प्राप्त अंकों को निम्नांकित पाई चार्ट द्वारा दर्शाया गया है। यदि अलका ने कुल 540 अंक प्राप्त किए थे तो अग्रलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

1. अलका ने 105 अंक किस विषय में प्राप्त किए ?
2. अलका को गणित में हिन्दी से कितने अधिक अंक प्राप्त हुए ?
3. जाँच कीजिए कि क्या अंग्रेजी और हिन्दी के प्राप्तांकों का योगफल, विज्ञान और सामाजिक विज्ञान में प्राप्त अंकों के योगफल से कम है या अधिक।



चित्र 3.5

हल - इस प्रकार के प्रश्नों को हल करने के लिए केन्द्रीय कोणों को उनके संगत प्राप्ताकों में परिवर्तित करते हैं।

$$\text{प्राप्ताकों का योग 540 के लिए केन्द्रीय कोण} = 360^\circ$$

$$\begin{aligned}\text{प्राप्तांक 105 के लिए केन्द्रीय कोण} &= \frac{360^\circ}{540} \times 105 \\ &= 70^\circ\end{aligned}$$

हिन्दी को निरूपित करने वाले त्रिज्यखंडों का केन्द्रीय कोण 70° है।

अतः अलका को हिन्दी में 105 अंक प्राप्त हुए।

$$\begin{aligned}2. \quad \text{गणित और हिन्दी को निरूपित करने वाले त्रिज्यखंडों के केन्द्रीय कोणों का अन्तर है} \\ &= 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{संगत प्राप्ताकों का अन्तर} &= \frac{20^\circ}{360^\circ} \times 540 \\ &= 30\end{aligned}$$

अलका को गणित में हिन्दी से 30 अंक अधिक मिले।

$$\begin{aligned}3. \quad \text{अंग्रेजी और हिन्दी को निरूपित करने वाले त्रिज्यखंड के केन्द्रीय कोणों का योगफल} \\ &= 55^\circ + 70^\circ = 125^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{विज्ञान और सामाजिक विज्ञान को निरूपित करने वाले त्रिज्यखंडों के केन्द्रीय कोणों का योगफल} \\ &= 80^\circ + 65^\circ = 145^\circ\end{aligned}$$

$$\text{चूँकि } 145^\circ > 125^\circ$$

अतः विज्ञान और सामाजिक विज्ञान में प्राप्त अंकों का योगफल अधिक है।

3.3 वृत्तरेख या पाई ग्राफ खींचना

नीचे दी गई सारणी में कक्षा-6 के बच्चों के स्कूल आने के लिए उपयोग में लाये गये साधनों का विवरण दिया गया है। इसे पाई ग्राफ द्वारा निरूपित कीजिए।

साधन	पैदल	साइकिल	रिक्शा	मोटर साइकिल/स्कूटर	बस	योग
शिक्षार्थियों की संख्या	18	10	8	9	15	60

वृत्त के केन्द्र पर सम्पूर्ण कोण 360° है। त्रिज्यखण्डों के केन्द्रीय कोण, 360° के भाग होंगे।

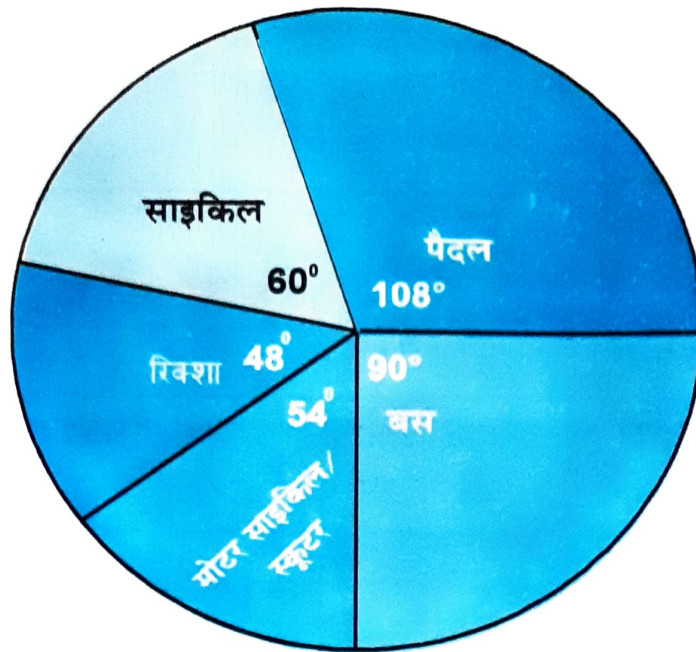
अतः सबसे पहले वृत्त के केन्द्र पर बने सम्पूर्ण कोण में यातायात के विभिन्न साधनों को अपनाने वाले शिक्षार्थियों की संख्या के लिए त्रिज्यखंडों के केन्द्रीय कोणों की माप ज्ञात कीजिए -

$$\text{त्रिज्यखंड के केन्द्रीय कोण की माप} = \frac{\text{विभिन्न साधन अपनाने वाले शिक्षार्थी}}{\text{कुल शिक्षार्थी}} \times 360^\circ$$

अतः सभी शिक्षार्थियों द्वारा अपनाये गये साधनों के लिए केन्द्रीय कोणों की माप की गणना निम्नवत् ढंग से की जा सकती है :

यातायात का साधन	शिक्षार्थियों की संख्या	सम्पूर्ण का भाग	त्रिज्यखंड का कोण
पैदल	18	$\frac{18}{60} = \frac{3}{10}$	360° का $\frac{3}{10} = 108^\circ$
साइकिल	10	$\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$	360° का $\frac{1}{6} = 60^\circ$
रिक्शॉ	8	$\frac{8}{60} = \frac{2}{15}$	360° का $\frac{2}{15} = 48^\circ$
मोटर साइकिल/स्कूटर	9	$\frac{9}{60} = \frac{3}{20}$	360° का $\frac{3}{20} = 54^\circ$
बस	15	$\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$	360° का $\frac{1}{4} = 90^\circ$
योगफल	60		$= 360^\circ$

- अब सुविधानुसार कोई त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींचिए।
- पुनः वृत्त में कोई त्रिज्या खींचकर वृत्त के आन्तरिक क्षेत्र में चाँदे की सहायता से 108° के केन्द्रीय कोण का त्रिज्य खंड खींचिए।
- इसके पश्चात् क्रमशः 60° , 48° , 54° , तथा 90° के केन्द्रीय कोण के त्रिज्य खंड खींचिए।
- संगत त्रिज्य खंडों में अपनाये गये साधनों के नाम लिखिए।
- चित्र को आकर्षक बनाने के लिए विभिन्न रंगों से रंग दीजिए।



चित्र 3.6

प्रयास कीजिए -

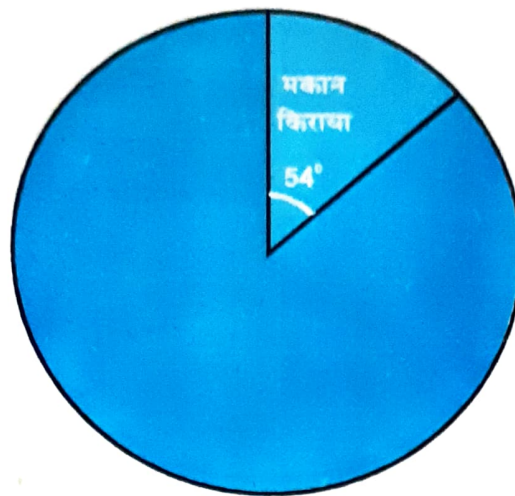
- निम्नांकित तालिका में किसी परिवार का मासिक बजट प्रस्तुत किया गया है। इसमें महत्वपूर्ण मदों पर किये जाने वाले व्यय का प्रतिशत दिया गया है। आँकड़ों को पाई ग्राफ द्वारा प्रदर्शित कीजिए :

मद	व्यय प्रतिशत	सम्पूर्ण का भाग	त्रिज्यखंड के कोणों (केन्द्रीय कोणों) की माप
मकान किराया	15	$\frac{15}{100}$	$360^\circ \times \frac{15}{100} = 54^\circ$
भोजन	45		
वस्त्र	15		
शिक्षा	10		
मिश्रित व्यय	10		
बचत	5		
योग	100		360°

दी गयी सारणी से पाई ग्राफ पूरा कीजिए तथा निम्नांकित प्रश्नों के उत्तर दीजिए -

- पाई ग्राफ द्वारा क्या प्रदर्शित किया गया है ?
- सबसे बड़ा त्रिज्यखंड किस मद के व्यय के लिए है ?
- शिक्षा, मिश्रित व्यय तथा बचत के केन्द्रीय कोणों की कुल माप कितनी है ?

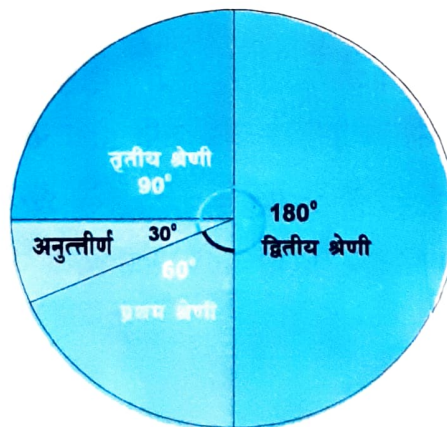
- किन मदों का व्यय समान है ?
- सम्पूर्ण कोण की माप कितनी है ?



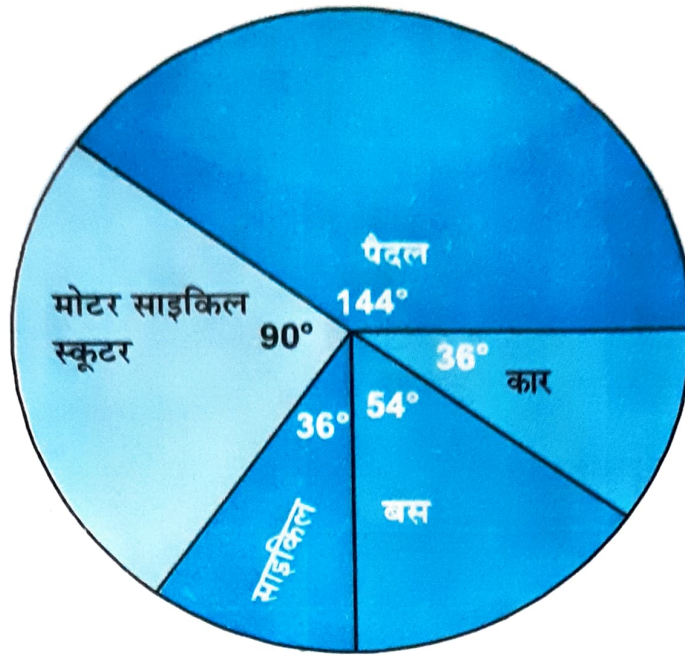
चित्र 3.7

अभ्यास 3 (a)

1. किसी कक्षा की वार्षिक परीक्षा के 60 शिक्षार्थियों के परिणाम निम्नांकित पाई ग्राफ द्वारा निरूपित हैं-
चित्र देखकर बताइए :

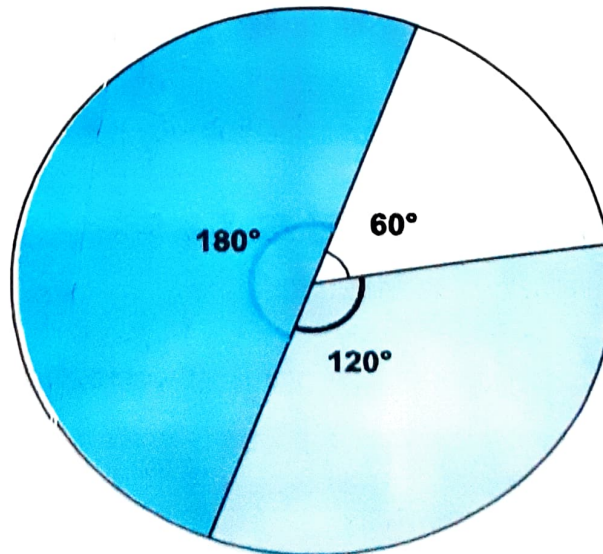


- (i) सबसे अधिक शिक्षार्थी किस श्रेणी में उत्तीर्ण हुए ?
 - (ii) सबसे कम शिक्षार्थी किस श्रेणी में उत्तीर्ण हुए ?
 - (iii) अनुत्तीर्ण शिक्षार्थियों की संख्या कितनी है ?
 - (iv) प्रथम श्रेणी और द्वितीय श्रेणी में उत्तीर्ण शिक्षार्थियों की संख्याओं में अनुपात क्या है ?
2. भारत के किसी शहर में तेज गति एवं यातायात नियमों का पालन न करने के कारण विभिन्न साधनों से यात्रा कर रहे सड़क दुर्घटना में घायल व्यक्तियों की प्रतिशत दरों का पाई ग्राफ निम्नवत् है :



पाई ग्राफ देखकर निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दीजिए -

- सबसे अधिक घायल होने वाले व्यक्ति किस प्रकार यात्रा कर रहे थे ?
 - साइकिल से यात्रा करने वाले कितने प्रतिशत व्यक्ति घायल हुए ?
 - मोटर साइकिल से यात्रा करने वाले कुल कितने प्रतिशत व्यक्ति घायल हुए ?
 - पैदल व कार यात्रियों के घायल होने की प्रतिशतता कितनी है ?
 - विभिन्न यात्रा साधनों से घायल होने वाले व्यक्तियों की कुल प्रतिशतता कितनी है ?
- पंचायत भवन के प्रांगण में वृत्ताकार क्षेत्र में फूलों के पौधे लगे हैं। इसमें आधे क्षेत्र में गुलाब एक तिहाई क्षेत्र में गेंदा तथा शेष में डहेलिया के पौधे हैं। इसको पाई ग्राफ द्वारा प्रदर्शित कीजिए।
 - किसी समूह में कुल 36 शिक्षार्थी हैं। उनकी पसन्द के गुलाब के रंग के आधार पर पाई ग्राफ बनाया गया है। पाई ग्राफ देखकर अलग-अलग रंग पसन्द करने वाले शिक्षार्थियों की संख्या दी गयी सारणी में लिखिए।



रंग	गुलाबी	सफेद	पीला
केन्द्रीय कोण	180^0	60^0	120^0
शिक्षार्थियों की संख्या			

5. किसी संकुल के 4 विद्यालयों के कक्षा 7 के शिक्षार्थियों की टीमों के लिए गणित क्विज का आयोजन किया गया। उनके द्वारा प्राप्त अंकों के आधार पर पाई ग्राफ बनाइये।

विद्यालय :	A	B	C	D
प्राप्त अंक :	20	25	30	15

6. टेलीविजन के विभिन्न ब्राण्डों को क्रय करने वाले ग्राहकों की संख्या निम्नवत् है :

ब्राण्ड	A	B	C	D	E
संख्या	40	20	15	15	10

आँकड़ों को पाई ग्राफ द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

3.4 आँकड़ों की केन्द्रीय प्रवृत्ति और प्रकार

प्रायः हम दैनिक जीवन में निम्नांकित प्रकार की बातें सुनते और कहते रहते हैं :

1. कक्षा में शिक्षार्थियों की औसत ऊँचाई 140 सेमी है।
2. फैक्ट्री के मजदूरों की औसत मासिक आय 4000 रुपये है।
3. किसी खिलाड़ी द्वारा खेले गये मैचों में रनों का औसत 50 है।

वास्तव में कक्षा के प्रत्येक शिक्षार्थी की ऊँचाई 140 सेमी, फैक्ट्री के प्रत्येक मजदूर की मासिक आय 4000 रुपये और खिलाड़ी द्वारा प्रत्येक मैच में बनाये गये रन 50 नहीं हैं। किसी मैच में खिलाड़ी ने 50 रन से अधिक रन बनाए और किसी मैच में 50 से कम रन बनाए। ये सब प्रतिनिधि संख्याएँ हैं जो समूह की न तो न्यूनतम मान वाली संख्याएँ हैं और न तो अधिकतम मान वाली। निश्चित ही ऐसी संख्याएँ अपने समूह के मध्य या उसके आस-पास की संख्याएँ होती हैं।

इस प्रकार हम अनुभव करते हैं कि औसत एक ऐसी संख्या है जो आँकड़ों के एक समूह की केन्द्रीय प्रवृत्ति को दर्शाती है, क्योंकि औसत सबसे अधिक तथा सबसे कम मूल्य के आँकड़ों के बीच में होता है। इसलिए औसत, आँकड़ों के एक समूह की केन्द्रीय प्रवृत्ति का मापक है। विभिन्न प्रकार के आँकड़ों की प्रवृत्ति स्पष्ट करने के लिए विभिन्न प्रकार के केन्द्रीय मानों (Central values) की आवश्यकता होती है।

केन्द्रीय प्रवृत्ति से यहाँ अभिप्राय उस संख्यात्मक माप से है जो प्राप्त आँकड़ों का सबसे अधिक प्रतिनिधित्व करता है।

केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापें मुख्यतः तीन प्रकार की होती हैं :

1. समांतर माध्य (Airthmetic Mean)
2. माध्यिका या माध्यक (Median)
3. बहुलक (Mode)

यहाँ पर हम केवल समांतर माध्य का अध्ययन करेंगे।

3.5 समांतर माध्य

आँकड़ों के एक समूह के लिए अधिकांशतः प्रयोग किए जाने वाला प्रतिनिधि मान समांतर माध्य है। इसे अंकगणितीय माध्य भी कहा जाता है। संक्षेप में इसे माध्य (Mean) कहते हैं।

इसे अच्छी प्रकार से समझने के लिए, आइए निम्नलिखित उदाहरण को देखें,

उदाहरण 1 : तीन बोरे में क्रमशः 40 किग्रा, 60 किग्रा और 80 किग्रा गेहूँ हैं। यदि तीनों बोरे में बराबर गेहूँ रखा जाय, तो प्रत्येक बोरे में कितना गेहूँ होगा ?

ह प्रत्येक बोरे में गेहूँ की मात्रा समान्तर माध्य या औसत होगा :

$$\begin{aligned}\text{समांतर माध्य} &= \frac{\text{गेहूँ की कुल मात्रा}}{\text{बोरों की संख्या}} = \frac{40 + 60 + 80}{3} \text{ किग्रा} \\ &= \frac{180}{3} \\ &= 60 \text{ किग्रा}\end{aligned}$$

इस प्रकार प्रत्येक बोरे में 60 किग्रा गेहूँ होगा।

उदाहरण 2 : कक्षा 7 के 6 शिक्षार्थियों के पूर्णांक 100 में से प्राप्तांक निम्नांकित हैं :

85, 73, 90, 64, 86, 70

यहाँ हम देखते हैं कि प्राप्तांकों में न्यूनतम अंक 64 तथा अधिकतम अंक 90 है। उपर्युक्त 6 प्राप्तांकों की कोई प्रतिनिधि संख्या न्यूनतम तथा अधिकतम प्राप्तांकों के बीच की कोई संख्या हो सकती है। इसे ज्ञात करने के लिए इन सभी संख्याओं को जोड़कर पदों की कुल संख्या से भाग दे दिया जाता है। जैसे-

$$\frac{85 + 73 + 90 + 64 + 86 + 70}{6} = \frac{468}{6} = 78$$

अतः प्रतिनिधि संख्या 78 है। इसे संख्याओं का औसत अथवा समांतर माध्य कहते हैं।

समांतर माध्य वह मान है जो दिये हुए पदों के योगफल में पदों की संख्या से भाग देने पर प्राप्त होता है।

समांतर माध्य को निम्नलिखित रूप से परिभाषित किया जा सकता है।

$$\text{समांतर माध्य} = \frac{\text{सभी पदों का योगफल}}{\text{पदों की संख्या}}$$

3.6 अवर्गीकृत आँकड़ों से समांतर माध्य की गणना (जब बारम्बारता नहीं दी गयी हो)

अवर्गीकृत आँकड़ों से समांतर माध्य ज्ञात करने के लिए सभी पदों के मानों के योगफल में पदों की संख्या से भाग दे देते हैं। यदि पदों का समूह $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ है जिसमें कुल पदों की संख्या n है, तो

$$\text{समांतर माध्य} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n}$$

यहाँ Σ (सिगमा), ग्रीक भाषा का एक अक्षर है जो योगफल का संकेत है।

$$\text{अर्थात् } \Sigma x = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$$

उदाहरण 3 : कक्षा 7 के 10 शिक्षार्थियों के भार (किग्रा में) क्रमशः 56, 42, 40, 38, 52, 48, 45, 45, 44 तथा 40 किग्रा हैं। उनके भार का समांतर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल :

$$\begin{aligned}\text{समांतर माध्य} &= \frac{\text{कुल पदों का योग}}{\text{पदों की संख्या}} = \frac{\sum x}{n} \\ &= \frac{56 + 42 + 40 + 38 + 52 + 48 + 45 + 45 + 44 + 40}{10} \text{ किग्रा} \\ &= \frac{450}{10} \text{ किग्रा} = 45 \text{ किग्रा}\end{aligned}$$

सोचिए चर्चा कीजिए और लिखिए

उपयुक्त उदाहरण में

1. क्या प्राप्त समांतर माध्य प्रत्येक शिक्षार्थी के भार से अधिक है ?
2. क्या प्राप्त समांतर माध्य प्रत्येक शिक्षार्थी के भार से कम है ?

अपने मित्रों के साथ चर्चा कीजिए और उदाहरण लेकर इसी प्रकार के प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

प्रयास कीजिए :

1. 5, 6, 11, 22 का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।
2. 11 से 15 तक की प्राकृतिक संख्याओं का समांतर माध्य ज्ञात कीजिए।
3. यदि 2, 3 और x का समान्तर माध्य 3 है, तो x का मान क्या होगा ?

3.7 अवर्गीकृत आँकड़ों का समांतर माध्य निकालना (जब पदों की बारम्बारता दी गई हो) :

इस प्रकार के आँकड़ों का समांतर माध्य निकालने के निम्नलिखित सोपान हैं :

- I. सबसे पहले प्रत्येक पद में संगत बारम्बारता से गुणा करते हैं।
- II. प्राप्त गुणनफलों का योगफल ज्ञात करते हैं।
- III. गुणनफलों के योगफल को बारम्बारताओं के योगफल से भाग देते हैं।

यही भागफल अभीष्ट समांतर माध्य है। यदि समूह के पद $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ हैं तथा इनकी बारम्बारता क्रमशः $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ हैं तो

$$\text{समांतर माध्य} = \frac{f_1 \times x_1 + f_2 \times x_2 + f_3 \times x_3 + \dots + f_n \times x_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$$

$$= \frac{\sum fx}{\sum f}$$

उदाहरण 4 : एक कक्षा के 40 शिक्षार्थियों के किग्रा में भार के आँकड़े निम्नवत् हैं :

भार किग्रा (x)	40	41	42	43	44	45
बारम्बारता (f)	8	4	6	10	6	6

कक्षा के शिक्षार्थियों के भारों का समांतर माध्य ज्ञात कीजिए।

हल

भार (किग्रा) x	बारम्बारता f	भार $\times$ बारम्बारता ($f \times x$)
40	8	$8 \times 40 = 320$
41	4	$4 \times 41 = 164$
42	6	$6 \times 42 = 252$
43	10	$10 \times 43 = 430$
44	6	$6 \times 44 = 264$
45	6	$6 \times 45 = 270$
योग	$\sum f = 40$	$\sum fx = 1700$

$$\text{समांतर माध्य} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

$$= \frac{1700}{40} \text{ किग्रा}$$

$$= 42.50 \text{ किग्रा}$$

प्रयास कीजिए :

परिषदीय चुनाव में विभिन्न राजनैतिक पार्टियों के कुल 50 उम्मीदवारों को प्राप्त मतों का प्रतिशत दिया गया है। समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए

उम्मीदवारों की संख्या	24	08	12	06
प्राप्त मतों का प्रतिशत	55	30	60	35

अभ्यास 3 (b)

1. किसी कक्षा के 5 शिक्षार्थियों ने गणित की परीक्षा में क्रमशः 40, 50, 68, 70, 72 अंक प्राप्त किए। शिक्षार्थियों के प्राप्तांकों का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।
2. किसी फैक्टरी के 15 मजदूरों की प्रतिदिन की मजदूरी क्रमशः 70, 110, 65, 80, 75, 85, 80, 76, 94, 100, 105, 110, 103, 81, 86 रुपये है। मजदूरों की मजदूरी का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।
3. नीचे दी गई सारणी के आँकड़ों का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए :

पद	4	6	8	10	12	14
बारम्बारता	3	4	2	2	6	8

4. शिक्षार्थियों की ऊँचाई (सेमी)	140	147	148	149	150	151	154	158	159	160
बारम्बारता	3	4	5	6	10	7	5	4	4	2

उपर्युक्त आँकड़ों का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

दक्षता अभ्यास - 3

1. किसी परीक्षा में एक कक्षा के 15 शिक्षार्थियों के पूर्णांक 100 में से प्राप्तांक निम्नवत् हैं - 00, 30, 30, 20, 20, 40, 30, 50, 60, 50, 60, 80, 70, 30, 30 प्राप्तांकों का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।
2. 10 बालिकाओं के भार किग्रा में क्रमशः 40, 42, 41, 38, 36, 35, 42, 37, 35, 35 किग्रा हैं। इनके भारों का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

3. निम्नलिखित सारणी में 50 शिक्षार्थियों का भार किलोग्राम में दिया हुआ है। उनके भार का समांतर माध्य ज्ञात कीजिए।

भार (किग्रा में)	40	42	43	44	45
बारम्बारता	4	12	18	10	6

4. निम्नलिखित बारम्बारता बंटन का समांतर माध्य ज्ञात कीजिए :

ऊँचाई (सेमी में)	142.5	143.5	144.5	145.5	146.5	147.5
बारम्बारता	3	5	7	7	3	2

5. नीचे दी गई तालिका में किसी क्षेत्र के एक वर्ष में विभिन्न खाद्यानों में उत्पादन के आँकड़े दिये गये हैं। आँकड़ों का पाई ग्राफ निरूपण कीजिए-

अनाज/ दाल	मक्का	मटर	चना	गेहूँ	धान
उत्पादन (लाख टन में)	4	4	6	10	12

6. रविवार के दिन किसी बेकरी की दुकान में हुई विभिन्न वस्तुओं की बिक्री (रुपयों में) नीचे दी गई है।

ब्रेड	320
मीठा बिस्कुट	120
नमकीन बिस्कुट	160
पेस्ट्री	80
अन्य	40

त्रिज्य खण्डों के केन्द्रीय कोण ज्ञात करके सारणी बनाइए और इस सारणी का प्रयोग करके एक पाई चार्ट खींचिए।

इस इकाई में हमने सीखा

- वृत्तरेख या पाई ग्राफ निरूपण में सांख्यिकीय आँकड़ों के समूह को वृत्त द्वारा प्रदर्शित करते हैं जिसमें विभिन्न आँकड़ों को वृत्त के त्रिज्य खंड द्वारा निरूपित किया जाता है।

2. त्रिज्य खंड के केन्द्रीय कोण की माप = $\frac{\text{संगत आँकड़ा}}{\text{कुल आँकड़े}} \times 360^\circ$

3. आँकड़ों में से किसी एक आँकड़े के आस-पास पाये जाने की उनकी प्रवृत्ति को केन्द्रीय प्रवृत्ति कहते हैं।

4. समांतर माध्य वह मान है जो दिए हुए पदों के योगफल में, पदों की संख्या से भाग देने पर प्राप्त होता है।

5. अवर्गीकृत आँकड़ों से समांतर माध्य ज्ञात करना जबकि बारंबारता न दी गई हो

समांतर माध्य = $\frac{\sum x}{n}$, जबकि $\sum x$ = आँकड़ों का योग तथा n = दिए गए आँकड़ों की संख्या

6. अवर्गीकृत आँकड़ों का समांतर माध्य निकालना, जबकि बारम्बारता दी हुई हो समांतर माध्य =

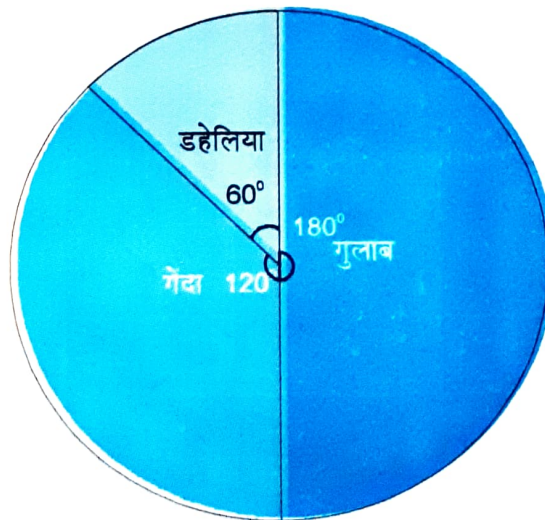
$\frac{\sum fx}{\sum f}$, जहाँ x = आँकड़े तथा f = बारम्बारता



उत्तरमाला

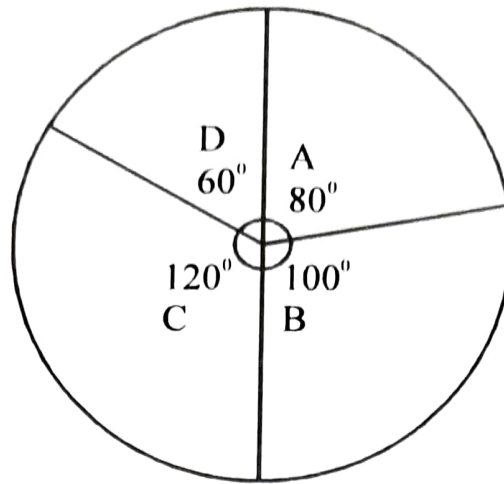
अभ्यास 3 (a)

1. (i) द्वितीय श्रेणी में, (ii) प्रथम श्रेणी में, (iii) 5, (iv) 1 : 3; 2. (i) पैदल, (ii) 10%, (iii) 25%, (iv) 50, (v) 60; 3.

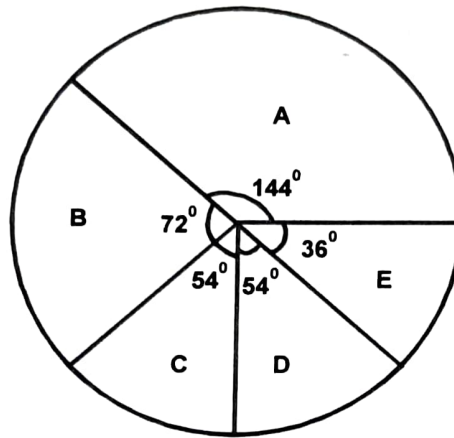


4. गुलाबी रंग-18, सफेद रंग-6, काला रंग-12

5.



6.



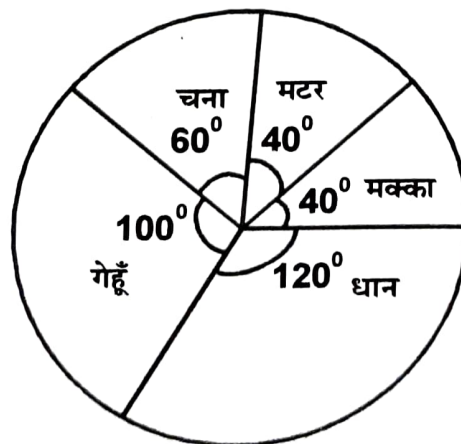
अभ्यास 3 (b)

1. 60; 2. रु. 88; 3. 10.24; 4. 151.14 सेमी

दक्षता अभ्यास 3

1. 40; 2. 38.1 किग्रा; 3. 42.96 किग्रा; 4. 144.8 सेमी

5.



6.

वस्तु	बिक्री (रुपयों में)	सम्पूर्ण का भाग	केंद्रीय कोण
ब्रेड	320	$\frac{320}{720}$	$\frac{4}{9} \times 360^\circ = 160^\circ$
मीठा बिस्कुट	120	$\frac{120}{720}$	$\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$
नमकीन बिस्कुट	160	$\frac{160}{720}$	$\frac{2}{9} \times 360^\circ = 80^\circ$
पेस्ट्री	80	$\frac{80}{720}$	$\frac{1}{9} \times 360^\circ = 40^\circ$
अन्य	40	$\frac{40}{720}$	$\frac{1}{18} \times 360^\circ = 20^\circ$
योगफल	720		

